

<p>Suites et récurrence</p> <p>Raisonnement par récurrence. Suites monotone, majorée, minorée, bornée.</p> <p>Suites adjacentes et théorème des suites adjacentes.</p> <p>Théorème de convergence des suites croissantes majorées.</p>	<p>On présentera le principe de récurrence comme un axiome.</p> <p>Aucune notion théorique de rapidité de convergence n'est au programme.</p> <p>On fera le lien avec la méthode de dichotomie. L'objectif est d'enrichir la vision des nombres réels et d'indiquer l'importance des suites adjacentes dans le problème de la mesure des grandeurs géométriques ou physiques.</p> <p>L'étude de suites <math>u_{n+1} = f(u_n)</math> pour approcher une solution de l'équation <math>f(x) = x</math> n'est pas un objectif du programme : la dichotomie et le balayage suffisent au niveau de la Terminale pour des problèmes nécessitant de telles approximations.</p> <p>L'équivalence avec le théorème des suites adjacentes pourra faire l'objet d'un problème.</p>
<p>Intégration</p> <p>Pour une fonction <math>f</math> continue positive sur <math>[a, b]</math>, introduction de la notation <math>\int_a^b f(x)dx</math> comme <i>aire sous la courbe</i>. Valeur moyenne d'une telle fonction.</p> <p>Extension à l'intégrale et à la valeur moyenne d'une fonction de signe quelconque.</p> <p>Linéarité, positivité, ordre, relation de Chasles. Inégalité de la moyenne.</p>	<p>Les élèves ont une notion intuitive d'aire (avec la propriété d'additivité) et savent calculer certaines aires élémentaires ; l'objectif est de leur donner un aperçu de la définition et du calcul de l'aire de domaines plans liés aux fonctions ; tout développement théorique est exclu.</p> <p>Cette extension doit être faite brièvement.</p> <p>Cette convention de signe prendra tout son sens lors de l'étude de <math>\int_a^b f(x)dx</math>.</p> <p>Les propriétés générales de l'intégrale seront rapidement commentées et admises ; les élèves s'en serviront comme règles opératoires.</p> <p>Ce travail est une façon de préparer le théorème liant intégrales et primitives, particulièrement frappant dans le cas du point mobile. Aucune connaissance théorique n'est exigible sur ces activités de modélisation. Dans les problèmes, les expressions intégrales seront toujours données. En lien avec la Physique, on mentionnera le problème des unités : si <math>x</math> et <math>y</math> sont deux grandeurs liées par une relation <math>y = f(x)</math>, l'intégrale <math>\int_a^b f(x)dx</math> est une grandeur homogène au produit des grandeurs <math>xy</math> tandis que la valeur moyenne est homogène à <math>y</math>.</p>
<p>Intégration et dérivation</p> <p>Notion de primitive. Théorème : « si <math>f</math> est continue sur un intervalle <math>I</math>, et si <math>a</math> est un point de <math>I</math>, la fonction <math>F</math> telle que <math>F(x) = \int_a^x f(t)dt</math> est l'unique primitive de <math>f</math> sur <math>I</math> s'annulant en <math>a</math> ».</p> <p>Calcul de <math>\int_a^b f(x)dx</math> à l'aide d'une primitive de <math>f</math>.</p> <p>Intégration par parties.</p>	<p>L'intégration permet d'établir l'existence des primitives des fonctions continues et d'en donner des méthodes numériques de calcul ; inversement, la connaissance d'une primitive d'une fonction continue donne une formule explicite pour le calcul des intégrales : les élèves devront percevoir l'intérêt de cette double démarche.</p> <p>L'existence d'une solution de l'équation <math>y' = f(t)</math>, admise en Première est ainsi justifiée ; de même, est justifiée l'existence du logarithme : celle de sa fonction réciproque en découle alors. La volonté d'introduire rapidement la fonction exponentielle pour la Physique aura conduit à admettre un théorème d'existence en début d'année, qui se trouve ici justifié.</p> <p>On se limitera à des cas simples où l'élève aura à trouver lui-même le recours à la technique d'intégration par parties.</p>
<p>Équations différentielles <math>y' = ay + b</math></p>	<p>Ce paragraphe, déjà abordé lors de l'introduction de la fonction exponentielle, pourra être réparti sur l'ensemble de l'année. On fera le lien avec l'étude de ces équations en Physique ; on définira le temps caractéristique <math>\tau = -\frac{1}{a}</math> pour <math>a &lt; 0</math>.</p> <p>Les indications utiles pour se ramener à <math>y' = ay + b</math> doivent être données. Des solutions de l'équation <math>y'' + \omega^2 y = 0</math> seront introduites en cours de Physique.</p>