

# Programme

## I. ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

### 1. Analyse

Contenus	Commentaires
<p><b>Limites de suites et de fonctions</b> Rappel de la définition de la limite d'une suite. Extension à la limite finie ou infinie d'une fonction en <math>+\infty</math> ou <math>-\infty</math>.</p> <p>Notion de limite finie ou infinie d'une fonction en un réel <math>a</math>.</p> <p>Théorème « des gendarmes » pour les fonctions.</p> <p>Limites de la somme, du produit, du quotient de deux suites ou de deux fonctions ; limite de la composée de deux fonctions, de la composée d'une suite et d'une fonction.</p>	<p>Il s'agit de prolonger le travail fait en Première sur les suites. L'expression « pour <math>x</math> assez grand » est l'analogue pour les fonctions de l'expression « à partir d'un certain rang » utilisée pour les suites.</p> <p>Pour les limites en un réel <math>a</math>, aucune définition n'est exigée : on reprendra l'approche intuitive adoptée en Première. Sur un exemple, on fera le lien entre limite en un réel <math>a</math> et à l'infini.</p> <p>On pourra parler de limite à droite ou à gauche à l'occasion de certains exemples. Ces propriétés seront appliquées comme règles opératoires.</p>
<p><b>Langage de la continuité et tableau de variations</b> Continuité en un point <math>a</math>. Continuité d'une fonction sur un intervalle.</p> <p>Théorème (dit des <i>valeurs intermédiaires</i>) : « soient <math>f</math> une fonction définie et continue sur un intervalle <math>I</math> et <math>a</math> et <math>b</math> deux réels dans <math>I</math>. Pour tout réel <math>k</math> compris entre <math>f(a)</math> et <math>f(b)</math>, il existe un réel <math>c</math> compris entre <math>a</math> et <math>b</math> tel que <math>f(c) = k</math> ».</p>	<p>Les fonctions rencontrées en Terminale sont le plus souvent continues sur leur intervalle d'étude ; on indiquera clairement que les fonctions construites à partir des fonctions polynômes, trigonométriques, logarithmes ou exponentielles sont continues. Démontrer qu'une fonction est continue en un point ou sur un intervalle n'est pas un objectif du programme.</p> <p>On conviendra, dans les tableaux de variations, que les flèches obliques traduisent la continuité et la stricte monotonie de la fonction sur l'intervalle considéré. Dans la rédaction de la solution à un problème, une simple référence au tableau de variations suffira pour justifier l'existence et l'unicité d'une solution d'une équation du type <math>f(x) = k</math>.</p>
<p><b>Dérivation</b> Rappels sur les règles de dérivation et sur le lien entre signe de la dérivée et variations de la fonction. Application à l'étude de la fonction tangente.</p> <p>Dérivation d'une fonction composée.</p>	<p>On se contentera d'expliquer que l'écriture différentielle exprime symboliquement l'égalité :</p> $\Delta y = f'(x)\Delta x + \varepsilon(\Delta x)$ <p>ou <math>\varepsilon</math> tend vers zéro avec <math>\Delta x</math>.</p> <p>À l'occasion des exercices, on rencontre des relations entre grandeurs de la forme <math>x = f(t)</math>, <math>y = g(x)</math>, <math>v = u(t)</math>, etc., où <math>t</math> représente un temps, <math>x</math> et <math>y</math> des longueurs, <math>v</math> une vitesse : dans ces conditions, <math>f'(t)</math> est une vitesse, <math>g'(x)</math> est un nombre et <math>u'(t)</math> une accélération, ce que l'écriture différentielle met en valeur.</p>
<p><b>Introduction de la fonction exponentielle</b> Étude de l'équation <math>f' = kf</math>. Théorème : « il existe une unique fonction <math>f</math> dérivable sur <math>\mathbb{R}</math> telle que <math>f' = f</math> et <math>f(0) = 1</math> ». Relation fonctionnelle caractéristique. Introduction du nombre <math>e</math>. Notation <math>e^x</math>. Extension du théorème pour l'équation <math>f' = kf</math>.</p>	<p>Ce travail se fera très tôt dans l'année, car il est central dans le programme de Mathématiques et de Physique.</p> <p>Il fournit un premier contact avec la notion d'équation différentielle et montre comment étudier une fonction dont on ne connaît pas une formule explicite. La méthode d'Euler fait apparaître une suite géométrique et donne l'idée que l'exponentielle est l'analogue continu de la notion de suite géométrique, ce que l'équation fonctionnelle confirme.</p>
<p><b>Étude des fonctions logarithmes et exponentielles</b> Fonction logarithme népérien ; notation <math>\ln</math>. Équation fonctionnelle caractéristique. Dérivée ; comportement asymptotique.</p> <p>Fonctions <math>x \mapsto a^x</math> pour <math>a &gt; 0</math>. Comportement asymptotique ; allure des courbes représentatives. Croissance comparée des fonctions exponentielles, puissances entières et logarithme.</p> <p>Fonction racine <math>n</math>-ième.</p>	<p>Le mode d'introduction du logarithme n'est pas imposé. On peut, pour l'introduire :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– soit partir des propriétés des fonctions exponentielles ;</li> <li>– soit poser le problème des fonctions dérivables sur <math>\mathbb{R}^{+*}</math> telles que <math>f(xy) = f(x) + f(y)</math> et admettre l'existence de primitives pour la fonction <math>x \mapsto \frac{1}{x}</math> ;</li> <li>– soit traiter le logarithme après l'intégration.</li> </ul> <p>À travers des exemples, on étendra ces règles au cas des polynômes (comme pour la fonction <math>x \mapsto \frac{e^x}{x^2 + 1}</math>).</p> <p>Ces fonctions sont très utilisées en probabilité et en statistique, en théorie du signal, etc.</p> <p>On pourra aborder lors de l'étude de problèmes des fonctions du type <math>x \mapsto x^\alpha</math> (avec <math>\alpha</math> réel) ; l'étude générale de ces fonctions est hors programme.</p>