IV - $\boxed{\text{JOURNEAUX } x \text{ pièces de } 1\,€}$ $\boxed{\text{SOUVENIRS } y \text{ pièces de } 1\,€}$ $x = 3y$.

1°) On considère seulement la CAISSE "SOUVENIRS".

* on effectue 20 TIRAGES AVEC REMISE

** on s'intéresse à 2 événements CONTRAIRES

*** les tirages sont donc INDÉPENDANTS les uns des autres.

$E$ : "Face étrangère"
$\bar{E}$ : "Face française"

La variable aléatoire définie par $(X = k)$ = " $k$ faces étrangères " (sur 20) suit donc une loi BINOMIALE (associée à un Aléa de BERNOULLI).

a) la loi de probabilité correspondante est donc $p_{20}(X=k)=\binom{20}{k}p^k q^{20-k}$

avec $p = 40\%$ et $q = 1-p = 60\%$.

b) $p_{20}(X=5) = \binom{20}{5}(0,4)^5\times(0,6)^{15} = 15504\times 0,4^5\times 0,6^{15} \simeq \boxed{7,5\%}$.

c) $p_{20}(X\geq 2) = 1 - p_{20}(X<2) = 1-[p_{20}(X=0)+p_{20}(X=1)]$

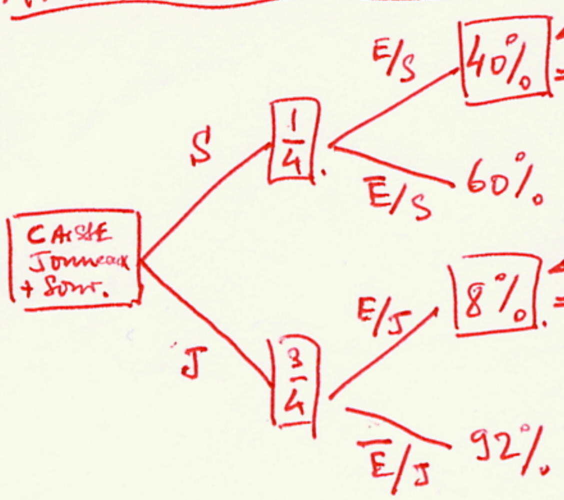
$= 1-[(0,6)^{20}+20.(0,4)\times(0,6)^{19}] \simeq \boxed{99,9\%}$

2°) On mélange les 2 caisses "Journeaux" et "Souvenirs".

⇒ Nb total de pièces : $x+y = 3y+y = 4y$. (pièces de 1 € seulement)

⇒ Proportions respectives :
Journeaux : $\frac{x}{x+y} = \frac{3y}{4y} = \frac{3}{4} = 75\%$.
Souvenirs : $\frac{y}{x+y} = \frac{y}{4y} = \frac{1}{4} = 25\%$.

ARBRE des PROBABILITÉS :




énoncé ⇒ $p(E\cap S) = \frac{1}{4}\times\frac{40}{100} = \frac{10}{100} = \boxed{0,10}$.

énoncé ⇒ $p(E\cap J) = \frac{3}{4}\times\frac{8}{100} = \frac{6}{100} = \boxed{0,06}$

⇒ $p(E) = p(E\cap S)+p(E\cap J) = \boxed{0,16}$.
("Formule des PROBABILITÉS TOTALES").

(les événements $(E\cap S)$ et $(E\cap J)$ sont CONTRAIRES par rapport à $E$).

c) $p_E(S) = \frac{p(S\cap E)}{p(E)} = \frac{0,10}{0,16} = \frac{5}{8} = \boxed{62,5\%}$.

3°) loi Binomiale de paramètres $n$ $(n\geq 2)$ et $p = 0,16$ (prélèvement d'une étrangère)
$q = 1-p = 0,84$.

Soit $p_n = p(X\geq 1) = 1-p(X=0) = 1-(0,84)^n \geq 0,9 \iff (0,84)^n \leq 0,1$

$\iff n\ln(0,84)\leq \ln(0,1) \iff n \geq \frac{\ln(0,1)}{\ln(0,84)}$ (car $\ln(0,84)<0$) donc $\boxed{n\geq 14}$.