jml@ecole-alsacienne.org
2004-2005

♫♫ R.O.C.k. around the clock ♫♫

[Calculatrices inutiles !!!]

ROCk One [6 points] Equa dif... faciles

1. <u>Hypothèse Prérequise</u> : toute équation de la forme z' = a.z admet pour seules solutions z(x) = K.e^{ax}
(K constante Réelle quelconque, a constante Réelle fixée)

   <u>Démontrer</u> : toute équation de la forme y' = a.y + b a pour seules solutions y(x) = K.$e^{ax} - \frac{b}{a}$
(K constante Réelle quelconque, a et b constantes Réelles fixées).

2. <u>Hypothèse Prérequise</u> : U_1 et U_2 sont deux solutions particulières de (H) az'' + bz' + cz = 0

   <u>Démontrer</u> que toute combinaison linéaire U = l U_1 + mU_2 est aussi solution de (H).
(l et m constantes Réelles quelconques ; a, b, c constantes Réelles fixées).

3. <u>Hypothèses Prérequises</u> : h solution <u>générale</u> de l'équation (H) az'+ bz = 0 (sur I)
u solution <u>particulière</u> de l'équation (E) az'+ bz = f(x). (sur I)
(f fonction numérique fixée ; a, b constantes Réelles fixées)
v une fonction numérique dérivable (sur I)

   <u>Démontrer</u> : v est solution de (E) si <u>et</u> seulement si [v – u] est solution de (H).
en déduire la solution générale de (E).

4. <u>Valse à 3 temps</u> : on considère l'équation différentielle (E) $y - y' = \dfrac{e^x}{x^2}$

   a. Démontrer que la fonction u définie par u(x) = $\dfrac{e^x}{x}$ est une solution particulière de (E).
   b. Calculer la solution générale de l'équation (H) $y - y' = 0$
   c. En appliquant le théorème du §3 en déduire la solution générale de l'équation (E).

ROCk Two [4 points] Suite …

1. <u>Prérequis</u> : définition : lim $u_n = -\infty \Leftrightarrow$ pour tout Réel A, il existe un entier n_0 tel que $n \geq n_0 \Rightarrow u_n \leq A$

   <u>Démontrer</u> le théorème suivant : « Une suite décroissante <u>et</u> Non minorée tend vers - ∞ » .

2. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = u_n - \exp(u_n)$
   a. Etablir que la suite (u_n) est décroissante.
   b. Démontrer que SI la suite admet une limite un nombre Réel l, ALORS l vérifie la relation l = l – exp(l).
   c. En déduire la nature de la convergence de (u_n).

TSVP