Mémo / Définition et Construction d'une Parabole (1)

On considère la fonction définie par : $\boxed{f : x \mapsto y = ax^2}$

I- **Propriétés algébriques** :

1°) Fonction ***paire*** : pour tout x Réel, $\boxed{f(-x) = f(x)}$.

2°) Taux d'accroissement ***non constant*** : $\boxed{T_{[f,(x_1,x_2)]} = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = a(x_1 + x_2)}$

3°) Signe de T = Signe de a sur [0 ; +∞[et Signe de T = Signe de (-a) sur]- ∞ ; 0]

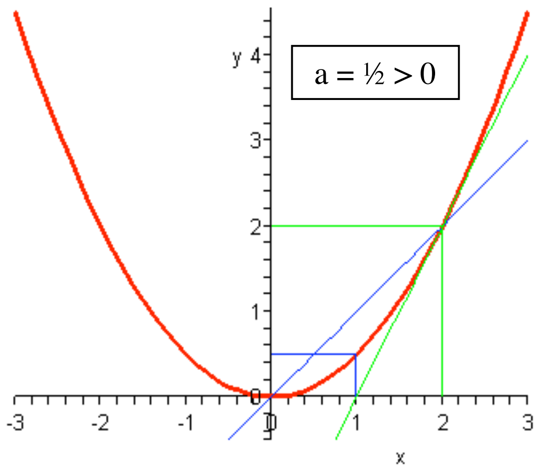
4°) Tableau de variation :

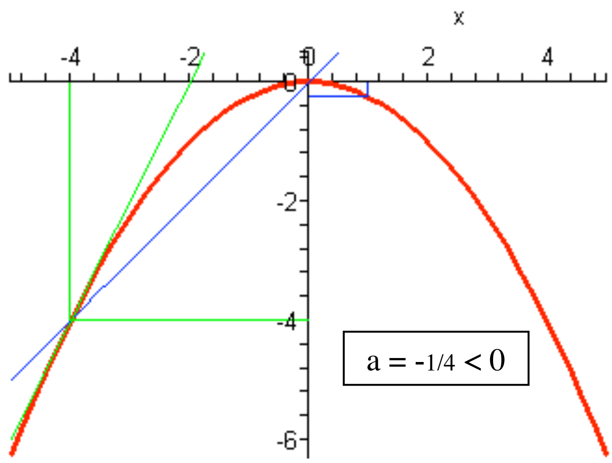
a > 0					
x	-∞	-1	0	1	+∞
T		-	||	+	
f	+∞	↘ a	0	a ↗	+ ∞

a < 0					
x	-∞	-1	0	1	+∞
T		+	||	-	
f	- ∞	↗ a	0	a ↘	- ∞

II- **Propriétés géométriques** :

1°) La courbe représentative de f admet l'axe des ordonnées (Oy) pour axe de symétrie. Pour cette raison cette courbe s'appelle une ***Parabole***.
2°) La Parabole est tangente en O à l'axe (Ox)
3°) La Parabole passe par le point A(1 ; a).
4°) Si a > 0 la parabole a sa concavité dirigée vers les y > 0 : « le bol tient l'eau »
Si a < 0 la parabole a sa concavité dirigée vers les y < 0 : « le bol ne tient pas l'eau »
5°) La Parabole coupe la $1^{ère}$ bissectrice (y = x) au point B(1/a ; 1/a)
6°) Au point B la parabole est tangente à la droite qui joint ce point au milieu du segment situé de la sous-tangente, c'est-à-dire au point d'abscisse 1/2a
7°) Par symétrie par rapport à Oy on obtient les points A'(-1 ;a) et B'(-1/a ; 1/a)
8°) Lorsque a est petit devant l'unité (a << 1) , la parabole est très évasée, inversement si a >>1 la parabole est très resserrée sur l'axe de symétrie.
9°) La parabole ne contient aucun segment de droite.
10°) Les branches s'écartent indéfiniment dans la direction de l'axe Oy.





Mémo / Fonctions du Second Degré (2)

Les fonctions du second degré sont les fonctions du type : $\boxed{f : x \mapsto y = ax^2 + bx + c}$ *avec* $a \neq 0$
Cette expression peut prendre l'une des formes suivantes :

(P1) $y = a\,x^2$

(P2) $y = a\,x^2 + H$

(P3) $y = a\,(x - L)^2$

(P4) $y = a\,(x - L)^2 + H$

(P5) $y = a\,(x - x')(x - x'')$

(P6) $y = a\,x^2 + bx + c$ ***(Trinôme)***

1°) On passe de (P1) à (P2) par une **Translation** de vecteur $H\vec{j}$ (parallèle à l'axe Oy)
Elle coupe l'axe (Oy) en y = H. *(H = « Hauteur » ; L = « Longueur »)*

2°) On passe de (P1) à (P3) par une **Translation** de vecteur $L.\vec{i}$ (parallèle à l'axe Ox)

3°) On passe de (P1) à (P4) par une **Translation** de vecteur $\vec{V} = L\vec{i} + H\vec{j}$
la Parabole (P4) a pour « sommet » le point O'(L ;H).

En posant $\boxed{X = x - L}$ et $\boxed{Y = y - H}$ on obtient $\boxed{Y = a\,X^2}$ ainsi la parabole (P4) admet-elle pour axe de symétrie l'axe (O'Y) d'équation x = L.

On construit (P4) dans le repère (O'X,O'Y) comme on a construit (P1) dans le repère (*Ox*,*Oy*).

4°) La parabole (P5) coupe l'axe (Ox) en x' et en x'', son « sommet » se trouve donc au point d'abscisse $\boxed{L = \dfrac{x' + x''}{2} = \dfrac{-b}{2a}}$ l'ordonnée du « sommet » est H = f(L).

5°) Pour construire la parabole (P6) on peut au choix :

a. se ramener à la forme (P4) en opérant la décomposition canonique du trinôme.

b. déterminer les coordonnées du « sommet » $\boxed{O'\{L = \dfrac{-b}{2a} ; H = f(L)\}}$ puis les intersections avec Oy : (x = 0 ; y = c) et (Ox) solutions éventuelles de l'équation $a\,x^2 + bx + c = 0$.