2nde corrigé - Groupe 1 - CC 2 15/03/06

1. $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3 ; 3\}$ car $x^2 \neq 9$ $|x|+3$ est toujours positif
cet ensemble est symétrique par rapport à 0

(1) $f(-x) = \dfrac{\sqrt{|-x|+3}}{(-x)^2-9} = \dfrac{\sqrt{|x|+3}}{x^2-9} = f(x)$ f est paire

2. a) $0 \leqslant x^2 \leqslant 10$

b) $x \geqslant -4 \Rightarrow x^2 \in [0 ; +\infty[$

(2) c) $5 \leqslant x^2 \leqslant 7$ car $x \mapsto x^2$ est décroissante sur $]-\infty ; 0]$

d) $x^2 \in [1 ; +\infty[$

3. $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-4-2}{0-(-4)} = \dfrac{-6}{4} = -\dfrac{3}{2}$

(1) $f(x) = mx+p = -\dfrac{3}{2}x + p$ avec $f(0) = -4$, on trouve $p = -4$

$\boxed{f(x) = -\dfrac{3}{2}x - 4}$

4. 0,5 a) $-(x-3)^2+4 = -(x^2-6x+9)+4 = -x^2+6x-5 = f(x)$

0,5 b) $f(2) = -4+12-5 = 12-9 = 3$

1 $f(x) = 0 \iff -(x-3)^2+4 = 0 \iff (x-3)^2 - 4 = 0$
$\iff (x-3-2)(x-3+2) = 0 \iff (x-5)(x-1) = 0 \iff \boxed{x = 5 \text{ ou } x = 1}$

c) • sur $]-\infty ; 3]$ $a \leqslant b$ $a \leqslant 3$ et $b \leqslant 3$
$a-3 \leqslant b-3 \leqslant 0$ donc $(a-3)^2 \geqslant (b-3)^2$
$-(a-3)^2 \leqslant -(b-3)^2 \Rightarrow -(a-3)^2+4 \leqslant -(b-3)^2+4$
$\Rightarrow f(a) \leqslant f(b)$ f croissante sur $]-\infty ; 3]$

2,5

• sur $[3 ; +\infty[$ $a \leqslant b$ $a \geqslant 3$ et $b \geqslant 3$
$0 \leqslant a-3 \leqslant b-3$ donc $(a-3)^2 \leqslant (b-3)^2$

(7,5) $\Rightarrow -(a-3)^2 \geqslant -(b-3)^2 \Rightarrow -(a-3)^2+4 \geqslant -(b-3)^2+4$
donc $f(a) \geqslant f(b)$ f décroissante sur $[3 ; +\infty[$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	4	$\searrow$	

1 d) courbe

0,5 e)

x	3	0	1	2	5	-1	4
$f(x)$	4	-5	0	3	0	-12	3

$\mathcal{C}_f$ est une parabole de sommet $(3 ; 4)$

0,5 f) $\mathcal{C}_g$ est une droite

x	0	1
$g(x)$	-2	0

1 g) $f(x) \geqslant g(x)$ on cherche les abscisses des points tels que $\mathcal{C}_f$ est située au dessus de $\mathcal{C}_g$
$x \in [1 ; 3]$

5. 0,5 a) $f(x) = 25x - 5x^2 - 5 + x + x^2 - 25 = -4x^2 + 26x - 30$

1 b) $f(x) = (5x-1)(5-x) + (x-5)(x+5)$
$= (5-x)(5x-1-x-5) = (5-x)(4x-6) = 2(5-x)(2x-3$

(4) 0,5 c) • $f(x) = 0 \iff x = 5$ ou $x = 3/2$ (forme factorisée)

1 • $f(x) = -30 \iff -4x^2+26x = 0 \iff x(-4x+26) = 0$
$x = 0$ ou $x = \dfrac{26}{4} = \dfrac{13}{2}$ (forme développée)

• $f(x) = x-5 \iff 2(5-x)(2x-3) = x-5$

1 $\iff 2(5-x)(2x-3) - (x-5) = 0$

$\iff (5-x)(4x-6+1) = 0 \iff (5-x)(4x-5) = 0$

$\iff x = 5$ ou $x = \frac{5}{4}$

6. a) $\big((3x+1) - (4-2x)\big)\big((3x+1)+(4-2x)\big) > 0$

$(5x-3)(x+5) > 0$

1

x	$-\infty$		-5		$3/5$		$+\infty$
$5x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+5$		$-$	0	$+$		$+$	
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x \in \,]-\infty; -5[\, \cup \,]3/5; +\infty[$

4,5

b) $-5x^2 - 2x \geqslant 0 \iff x(-5x-2) \geqslant 0$

1

x	$-\infty$		$-2/5$		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$-5x-2$		$+$	0	$-$		$-$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$x \in [-2/5; 0]$

c) $(2x-5)(2x+5)(7-x) \geqslant 0$

1,5

x	$-\infty$		$-5/2$		$5/2$		7		$+\infty$
$2x-5$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x+5$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$7-x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

$x \in \,]-\infty; -5/2] \cup [5/2; 7]$

d) $x - 7 = -(7-x)$

1 donc $x \in \,]-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}[\, \cup [7; +\infty[$

(valeurs interdites : $-5/2$ et $5/2$)

(1)

1. $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-4;4\}$ car $x^2-16 \neq 0$ ($|x|+4$ est tjs positif)
cet ensemble est symétrique par rapport à 0

$$f(-x) = \frac{\sqrt{|-x|+4}}{(-x)^2-16} = \frac{\sqrt{|x|+4}}{x^2-16} = f(x) \qquad f \text{ est paire}$$

(2)

2. a) $2 \leq x^2 \leq 5$ car $x \mapsto x^2$ est décroissante sur $]-\infty;0]$

b) $x^2 \in [36;+\infty[$

c) $0 \leq x^2 \leq 7$

d) $x^2 \in [0;+\infty[$

(1)

3. $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-5-3}{0-(-5)} = \dfrac{-8}{5}$

$f(x) = -\frac{8}{5}x + p$ avec $f(0) = -5$ donc $p = -5$

$$\boxed{f(x) = -\frac{8}{5}x - 5}$$

4. voir Groupe 1

(7,5)

(4)

5. 0,5 a) $f(x) = 9x - 3 - 3x^2 + x + x^2 - 9 = -2x^2 + 10x - 12$

b) $(3-x)(3x-1) + (x-3)(x+3) = (3-x)(3x-1-x-3)$

1 $f(x) = (3-x)(2x-4) = 2(3-x)(x-2)$

0,5 c) • $f(x) = 0 \iff x = 3$ ou $x = 2$ (forme factorisée)

1 • $f(x) = -12 \iff -2x^2 + 10x = 0 \iff x(-2x+10) = 0$
$\iff x = 0$ ou $x = 5$

1 • $f(x) = x - 3 \iff 2(3-x)(x-2) = x-3$
$\iff 2(3-x)(x-2) - (x-3) = 0$
$\iff (3-x)(2x-4+1) = 0 \iff (3-x)(2x-3) = 0$
$\iff x = 3$ ou $x = 3/2$

(4,5)

6. a) $(5x+3+1-4x)(5x+3-1+4x) > 0 \iff (x+4)(9x+2) > 0$

1

x	$-\infty$		-4		$-2/9$		$+\infty$
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$9x+2$		$-$		$-$	0	$+$	
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x \in]-\infty;-4[\cup]-2/9;+\infty[$

b) $x(-x+5-6x-4) \geq 0 \iff x(-7x+1) \geq 0$

1

x	$-\infty$		0		$1/7$		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$-7x+1$		$+$		$+$	0	$-$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$x \in [0;\frac{1}{7}]$

c) $(2x-5)(2x+5)(3-x) \geq 0$

1,5

x	$-\infty$		$-5/2$		$5/2$		3		$+\infty$
$2x-5$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x+5$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$3-x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

$x \in]-\infty;-\frac{5}{2}] \cup [5/2;3]$

1 d) $x - 3 = -(3-x)$ $5/2$ et $-5/2$ sont des valeurs interdites

$x \in]-5/2;5/2[\cup [3;+\infty[$