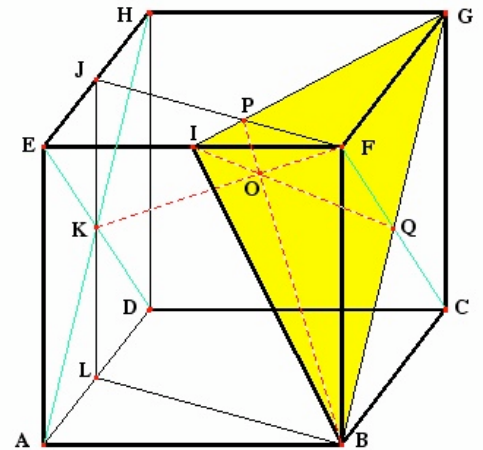


## Plans et droites dans l'espace

### Exercice I - Orthogonalité dans un cube

Dans le cube ci-contre,  $I$  est le milieu de  $[EF]$ ,  $J$  est le milieu de  $[EH]$ ,  $K$  est le milieu de la face  $AEHD$  du cube. Soit  $P$  l'intersection de  $(JF)$  et  $(IG)$ ,  $Q$  celle de  $(BG)$  et  $(FC)$ , et  $O$  l'intersection de  $(PB)$  et  $(IQ)$  dans le plan  $(BIG)$ . Justifier les réponses en indiquant les théorèmes utilisés.



- 1° Démontrer que  $(EF)$  est orthogonale à  $(BG)$
- 2° Démontrer que  $(BG)$  est perpendiculaire à  $(EFCD)$
- 3° En déduire que  $(KF)$  est orthogonale à  $(BG)$
- 4° Démontrer que le triangle  $IPF$  est rectangle en  $P$ .
- 5° Démontrer que  $(BF)$  est orthogonale à  $(GI)$
- 6° En déduire que  $(GI)$  est perpendiculaire au plan  $(JFBL)$
- 7° En déduire que  $(KF)$  est orthogonale à  $(GI)$ .
- 8° Déduire des questions précédentes que  $(KF)$  est perpendiculaire au plan  $(BIG)$
- 9° Déterminer les intersections du plan  $(BIG)$  avec les plans  $(EFCD)$  et  $(BFJL)$ .
- 10° Démontrer que  $(KF)$  perce le  $(BIG)$  plan en  $O$ .

### Exercice II – Géométrie Analytique dans l'espace

On considère un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  de l'espace dont on représentera le vecteur  $\vec{k}$  verticalement « vers le haut », le vecteur  $\vec{j}$  « horizontalement vers la droite » et le vecteur  $\vec{i}$  « en avant » du plan  $(O; \vec{j}, \vec{k})$  en prenant 1 carreau pour unité dans ce plan. Enfin, pour la perspective on dessinera le repère en prenant environ  $120^\circ$  pour l'angle  $(\vec{i}; \vec{j})$ .

On donne les points suivants :  $A(8;0;0)$  ;  $B(0;6;0)$  ;  $C(0;0;5)$  ;  $I(4;3;0)$  ;  $D(4;3;5)$

1. Construire le triangle  $ABC$ , la droite  $(CI)$ , et le point  $D$  dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .
2. Écrire une équation cartésienne du plan  $ABC$ .
3. Écrire une équation cartésienne de la droite  $(OI)$  dans le plan  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
4. En déduire une équation cartésienne du plan  $(OCI)$ .
5. Donner un système d'équations cartésiennes de la droite  $(CI)$ .
6. Déterminer les coordonnées de  $G$ , centre de gravité du triangle  $ABC$
7. Montrer que le point  $D$  appartient au plan  $(OCI)$ .
8. Montrer que le quadrilatère  $(OCID)$  est un carré.
9. Montrer que le vecteur  $\vec{OD}$  est orthogonal au vecteur  $\vec{CI}$ .
10. Calculer les coordonnées du milieu  $J$  de  $[OD]$  et examiner si les vecteur  $\vec{OD}$  et  $\vec{BJ}$  sont orthogonaux. Justifier la réponse.
11. La droite  $(OJ)$  est-elle perpendiculaire au plan  $ABC$  ? Justifier la réponse.
12. La droite  $(BJ)$  est-elle perpendiculaire au plan  $OCI$  ? Justifier la réponse.