Paraboles (1)

I.1. Tracer avec soin les paraboles d'équation de la forme $y = ax^2$ en respectant la symétrie et en construisant les points caractéristiques 0 ; A(1;a) et B($\frac{1}{a}$; $\frac{1}{a}$)). Utiliser des couleurs différentes pour chaque parabole.

- $(\mathbf{P_1})\,\mathbf{y = x^2}$
- $(\mathbf{P_2})\,\mathbf{y = -2x^2}$
- $(\mathbf{P_3})\,\mathbf{y = \frac{1}{2}x^2}$
- $(\mathbf{P_4})\,\mathbf{y = -\frac{1}{2}x^2}$
- $(\mathbf{P_5})\,\mathbf{y = -\frac{1}{4}x^2}$

I.2. Tracer avec soin les paraboles d'équation de la forme $\boldsymbol{y = a(x - L)^2 + H}$. Pour cela :

a) effectuer le changement de variable : $\boxed{X = x - L}$; $\boxed{Y = y - H}$,

b) mettre l'équation sous la forme $\boldsymbol{Y = a\,X^2}$

c) Placer le point ***O'(L ;H)*** et tracer les nouveaux axes ***(O'X) (x = L) ; (O'Y) (y = H)***

d) placer la parabole d'équation $\boldsymbol{Y = a\,X^2}$ dans ce nouveau repère comme précédemment.

- $(\mathbf{P'_1})\,\mathbf{y} = \frac{1}{2}(\mathbf{x - 3})^2$
- $(\mathbf{P'_2})\,\mathbf{y} = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - 3)^2 + 2$
- $(\mathbf{P'_3})\,\mathbf{y = -\frac{1}{2}(x + 1)^2 - 2}$
- $(\mathbf{P'_4})\,\mathbf{y = -\frac{1}{2}(x - 1)^2 + 2}$
- $(\mathbf{P'_5})\,\mathbf{y = -\frac{1}{4}(x - 2)^2 - 1}$

Paraboles (2)

I – *Etude de la parabole d'équation :* $\boxed{y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2}$

a) Mettre l'équation sous la forme $y = a(x - L)^2 + H$

b) Coordonnées du « sommet » : $\boxed{x = \quad}$ $\boxed{y = \quad}$

c) Equation de l'axe de symétrie : $\boxed{x = \quad}$

d) Intersection avec l'axe Oy : $\boxed{x = 0}$ $\boxed{y = \quad}$

e) Intersections avec l'axe Ox : $\boxed{y = 0}$ $\boxed{x = \quad}$
(montrer les calculs ci-dessous)

f) Placer la Parabole à l'aide de tous les éléments calculés précédemment :

Paraboles (3)

II – *Etude de la parabole d'équation :* $\boxed{y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 1}$

a) *Mettre l'équation sous la forme* $y = a(x - L)^2 + H$

b) *Coordonnées du « Sommet » :* $\boxed{x = \quad}$ $\boxed{y = \quad}$

c) *Equation de l'axe de symétrie :* $\boxed{\quad}$

d) *Intersection avec l'axe Oy :* $\boxed{x = \quad}$ $\boxed{y = \quad}$

e) *Intersections avec l'axe Ox :* $\boxed{y = \quad}$ $\boxed{x = \quad}$
Montrer les calculs ci-dessous :

Tracer la Parabole à l'aide de tous les éléments calculés ci-dessus.

Paraboles (4)

I - Soit (P) la parabole d'équation $y = f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$.

1°) Tracer (P) dans un repère orthonormé $R=[O;(\vec{i}, \vec{j})]$ *en indiquant les coordonnées des points particuliers (sommet, intersections avec les axes, axe de symétrie)*

**2°) On considère la droite (D_m) d'équation $y = mx + 2$. Discuter suivant les valeurs de m le nombre de points d'intersection de (P) avec (D_m) et interpréter géométriquement le résultat.*

***3°) Soit I_m le milieu des points d'intersection de (P) avec (D_m). Déterminer l'équation de la courbe parcourue par I_m lorsque m varie.*

II - Soit f_m la fonction définie par $f_m(x) = (m + 2)x^2 - 2mx + (2m + 3)$ *, m désignant un nombre réel fixé.*

1°) Déterminer suivant les valeurs du paramètre m, l'existence et le nombre de racines de l'équation

$$f_m(x) = 0$$

Donner les résultats dans un tableau en précisant notamment les solutions pour les valeurs :

m =-2 , m=-1, et m=-6.

2°) Calculer la somme S et le produit P des racines en fonction de m. En déduire leur signe suivant les valeurs de m. Donner les résultats dans un tableau.

***3°) Soit (P_m), pour $m \neq -2$, la parabole d'équation $y=f_m(x)$ dans un repère orthonormé $R=[O;(\vec{i},\vec{j})]$ (unité 1 cm ou 1 carreau). Indiquer les coordonnées du "sommet" S_m de cette parabole en fonction de m et montrer que lorsque m varie, le point S_m parcourt la courbe (H) d'équation* $y = \dfrac{2x^2 - x - 3}{x - 1}$.

[NB : On ne demande pas de faire l'étude détaillée de la fonction associée à(H), mais on pourra tracer (H) en s'aidant d'une calculatrice et faire quelques observations judicieuses sur ses caractéristiques graphiques ...]

**4°) Pour quelle valeur m_0 de m une parabole (P_m) passe t'elle par le point A(-2;-4) ? Tracer la parabole (P_{m_0}) dans le repère R.*

III - Soit $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 5$ *et (P) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé (R)=*$[O;(\vec{i}, \vec{j})]$

[unité := 1 cm ou 2 carreaux sur une page entière svp].

1°) Représenter soigneusement (P) dans (R) : on indiquera clairement sur la figure les coordonnées des éléments de symétrie et des intersections avec les axes de coordonnées Ox, et Oy.

2°) Discuter suivant les valeurs de m l'existence et le nombre de solutions de l'équation :

$$(E_m)\quad x^2 - 8x + 4m - 20 = 0$$

3°) Calculer S = x'+ x" et P = x'x" en fonction de m et étudier le signe des racines de (E_m) suivant les valeurs de m.[Résumer cette étude dans un tableau].

4°) Soit (D_m) la droite d'équation y = m. Discuter suivant les valeurs de m le nombre de points d'intersection de (P) et (D_m). Préciser en particulier pour quelle valeur de m (D_m) est tangente à (P).(On pourra utiliser les résultats du 2°).