Paraboles (1)

I.1. Tracer avec soin les paraboles d'équation de la forme $y = ax^2$ en respectant la symétrie et en construisant les points caractéristiques 0 ; A(1;a) et B($\frac{1}{a}$; $\frac{1}{a}$). Utiliser des couleurs différentes pour chaque parabole.

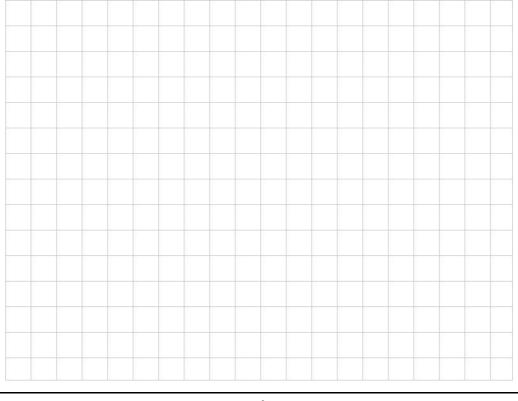


$$\bullet (P_2)y = -2x^2$$

$$\bullet (P_3)y = \frac{1}{2}x^2$$

$$\bullet (P_4)y = -\frac{1}{2}x^2$$

$$\bullet (P_5)y = -\frac{1}{4}x^2$$



1.2. Tracer avec soin les paraboles d'équation de la forme $y = a(x - L)^2 + H$. Pour cela :

- a) effectuer le changement de variable : X = x L ; Y = y H,
- b) mettre l'équation sous la forme $Y = a X^2$
- c) Placer le point O'(L;H) et tracer les nouveaux axes (O'X) (x=L); (O'Y) (y=H)
- d) placer la parabole d'équation $Y = a X^2$ dans ce nouveau repère comme précédemment.

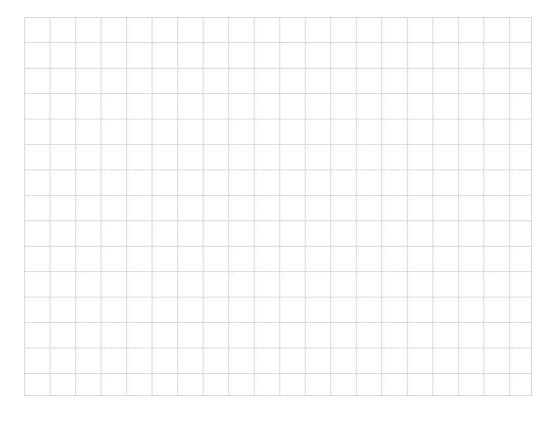
•
$$(\mathbf{P'}_1)\mathbf{y} = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{3})^2$$

•
$$(\mathbf{P'}_2)\mathbf{y} = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - 3)^2 + 2$$

•
$$(P'_3)y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - 2$$

•
$$(P'_4)y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$$

•
$$(P'_5)y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 - 1$$

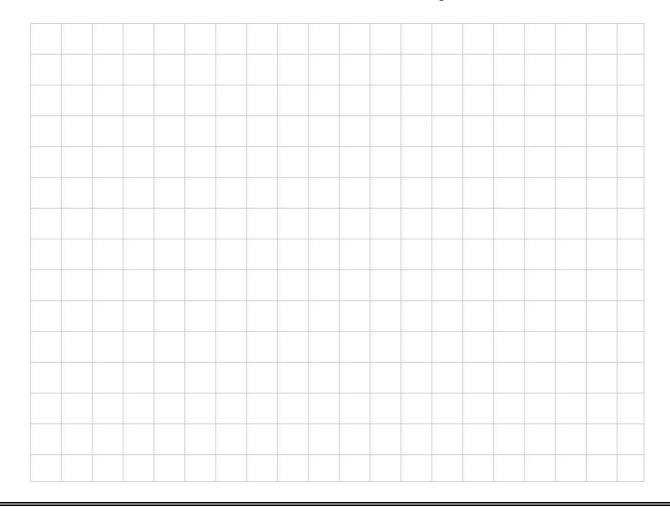


Paraboles (2)

I – Etude de la parabole d'équation :
$$y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2$$

- a) Mettre l'équation sous la forme $y = a(x L)^2 + H$
- c) Equation de l'axe de symétrie : x =
- d) Intersection avec l'axe Oy: x = 0 y = 0
- e) Intersections avec l'axe Ox: y = 0 x = 0 (montrer les calculs ci-dessous)

f) Placer la Parabole à l'aide de tous les éléments calculés précédemment :

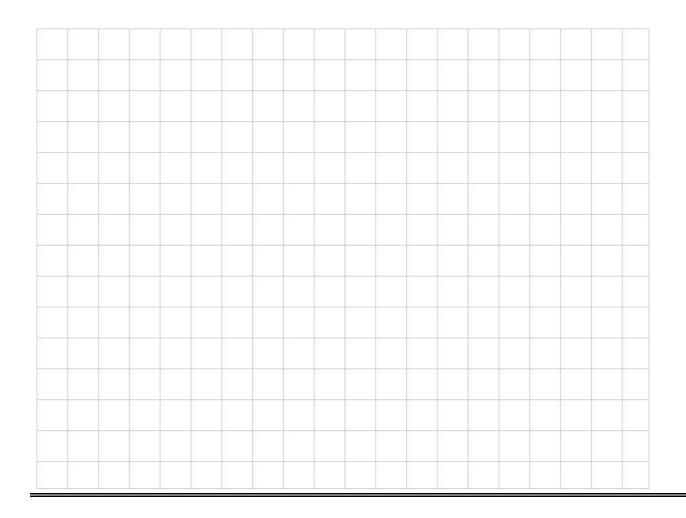


Paraboles (3)

II – Etude de la parabole d'équation :
$$y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 1$$

- a) Mettre l'équation sous la forme $y = a(x L)^2 + H$
- c) Equation de l'axe de symétrie :

Tracer la Parabole à l'aide de tous les éléments calculés ci-dessus.



Paraboles (4)

- *I Soit (P) la parabole d'équation* $y = f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$.
 - 1°) Tracer (P) dans un repère orthonormé $R=[O;(\vec{i}, \vec{j})]$ en indiquant les coordonnées des points particuliers (sommet, intersections avec les axes, axe de symétrie)
 - *2°) On considère la droite (D_m) d'équation y = mx + 2. Discuter suivant les valeurs de m le nombre de points d'intersection de (P) avec (D_m) et interpréter géométriquement le résultat.
 - **3°) Soit I_m le milieu des points d'intersection de (P) avec (D_m) . Déterminer l'équation de la courbe parcourue par I_m lorsque m varie.
- II Soit f_m la fonction définie par $f_m(x) = (m+2)x^2 2mx + (2m+3)$, m désignant un nombre réel fixé.
 - $1°)\ D\'eterminer\ suivant\ les\ valeurs\ du\ param\`etre\ m,\ l'existence\ et\ le\ nombre\ de\ racines\ de\ l'\'equation$

$$f_{\rm m}(x)=0$$

Donner les résultats dans un tableau en précisant notamment les solutions pour les valeurs :

$$m = -2$$
, $m = -1$, et $m = -6$.

- 2°) Calculer la somme S et le produit P des racines en fonction de m. En déduire leur signe suivant les valeurs de m. Donner les résultats dans un tableau.
- **3°) Soit (P_m) , pour $m \neq -2$, la parabole d'équation $y = f_m(x)$ dans un repère orthonormé $R = [O; (\vec{i}, \vec{j})]$ (unité 1 cm ou 1 carreau). Indiquer les coordonnées du "sommet" S_m de cette parabole en fonction de m et montrer que lorsque m varie, le point S_m parcourt la courbe (H) d'équation $y = \frac{2x^2 x 3}{x 1}$.

 $[NB: On ne demande pas de faire l'étude détaillée de la fonction associée <math>\grave{a}(H)$, mais on pourra tracer (H) en s'aidant d'une calculatrice et faire quelques observations judicieuses sur ses caractéristiques graphiques ...]

- *4°) Pour quelle valeur m_0 de m une parabole (P_m) passe t'elle par le point A(-2;-4)? Tracer la parabole (P_{m_0}) dans le repère R.
- III Soit $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 5$ et (P) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $(R) = [O; (\vec{i}, \vec{j})]$ [unité := 1 cm ou 2 carreaux sur une page entière svp].
 - 1°) Représenter soigneusement (P) dans (R) : on indiquera clairement sur la figure les coordonnées des éléments de symétrie et des intersections avec les axes de coordonnées Ox, et Oy.
 - 2°) Discuter suivant les valeurs de m l'existence et le nombre de solutions de l'équation :

$$(E_{\rm m}) x^2 - 8x + 4m - 20 = 0$$

- 3°) Calculer S = x' + x'' et P = x'x'' en fonction de m et étudier le signe des racines de (E_m) suivant les valeurs de m.[Résumer cette étude dans un tableau].
- 4°) Soit (D_m) la droite d'équation y = m. Discuter suivant les valeurs de m le nombre de points d'intersection de (P) et (D_m) . Préciser en particulier pour quelle valeur de m (D_m) est tangente à (P). (On pourra utiliser les résultats du 2°).

