

Étude d'une fonction trigonométrique

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = \frac{1 + \cos 2x}{1 - 2\cos x}$

1. Déterminer son ensemble de définition D_f .
2. Etudier la période de f .
3. Etudier la parité de f .
4. En déduire un intervalle d'étude E pour la fonction f .
5. Démontrer que la dérivée f' peut se mettre sous la

forme
$$f'(x) = \frac{2\sin 2x(\cos x - 1)}{(1 - 2\cos x)^2}$$

6. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle E , et dresser le tableau des variations de f sur E .
7. Calculer les limites de f aux bornes de E et préciser les extrema dans le tableau de variation.
8. Déterminer les intersections de (Cf) avec les axes.
9. Donner les équations des tangentes en $x = 0$ et $x = \pi$.
10. Tracer la courbe et les tangentes (unités: $\pi = 3\text{cm}$, ou 3 carreaux) sur l'intervalle $[-2\pi ; 2\pi]$.