

Fonctions Trigonométriques

A - On donne les trois fonctions suivantes :

$$u(x) = \cos 2x + 2 \cos x + 1 ; \quad v(x) = \sin 2x - 2 \sin x \quad ; \quad f(x) = \frac{\cos 2x + 2 \cos x + 1}{\sin 2x - 2 \sin x}$$

1°) Factoriser $u(x)$, résoudre l'équation $u(x) = 0$; calculer et factoriser $u'(x)$

2°) Factoriser $v(x)$, résoudre l'équation $v(x) = 0$; calculer et factoriser $v'(x)$

3°) Montrer que pour $x \neq \pi$, $f(x)$ peut se mettre sous la forme $f_1(x) = \frac{\cos x \cdot \cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2} \cdot (\cos x - 1)}$

B - Etude de la fonction f (justifier les réponses) :

a) Comparer l'ensemble de définition de f et de f_1 .

Dans toute la suite du problème on supposera $f(\pi) = f_1(\pi) = 0$.

b) Etudier la parité et la périodicité de f , en déduire un intervalle d'étude I .

c) Montrer que $f'(x) = \frac{2 \cos x + 1}{(\cos x - 1)^2}$ (pour $x \neq k\pi$), déterminer ses zéros et son signe.

d) Dresser le tableau des variations et des limites de f sur I .

e) Indiquer les asymptotes éventuelles et la tangente au point d'abscisse $x = \pi$

f) Tracer la courbe de f sur l'intervalle $[-2\pi ; 2\pi]$ en indiquant la construction à partir de I ; prendre 3 carreaux ou 3 cm pour π .