1ère S3 / DM -> 13/05/08

DM Formules trigonométriques

On veut résoudre dans $[0 ; \frac{\pi}{2}]$ l'équation :

$$(E) : \cos(2x) + 2 = 3\cos(x)$$

Nous allons déterminer la (les) solution(s) de cette équation à l'aide de 3 méthodes.

Première méthode

Soit f et g les fonctions définies sur $[0 ; \frac{\pi}{2}]$ par :

$$f(x) = cos(2x) + 2 \text{ et } g(x) = 3cos(x)$$

1) Donner une expression de f' et de g' les fonctions dérivées des fonction f et g sur $[0 ; \frac{\pi}{2}]$

2) Vérifier que pour tout x $\in [0 ; \frac{\pi}{2}], f'(x) \leq 0$ et $g'(x) \leq 0$.

3) Donner alors les variations de f et g dans un tableau

4) A l'aide d'un tableau de valeur tracer Cf et Cg les courbe représentative de f et de g dans la plan muni d'une repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$.

5) déterminer graphiquement les solutions de l'équation.

Deuxième méthode

Soit k la fonction définie sur $[0 ; \frac{\pi}{2}]]$ par :

$$k(x) = cos(2x) + 2 - 3cos(x)$$

Expliquer brièvement comment retrouver les solutions de l'équation (E) à l'aide de la courbe représentative de k (donnée en annexe)

Troisième méthode : Démonstration

$$(E) : \cos(2x) + 2 = 3\cos(x)$$

1) Montrer que résoudre (E) équivaut à résoudre l'équation

$$2\cos^2(x) + 1 - 3\cos(x) = 0$$

2) Soit P le polynôme défini par $P(X) = 2X^2-3X+1$
Résoudre l'équation $P(X)=0$

3) Résoudre alors l'équation (E) sur $[0 ; \frac{\pi}{2}]$

Indication : on pourra poser X=cos(x)