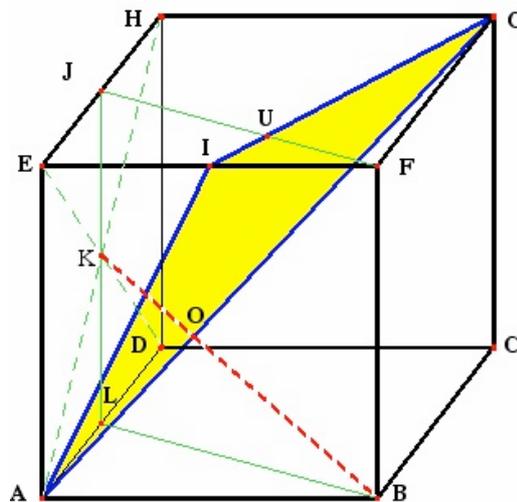


## Plans et droites dans l'espace



Dans le cube ci-dessus,  $I$  est le milieu de  $[EF]$ ,  $K$  est le milieu de la face  $AEHD$  du cube,  $J$  le milieu de  $[EH]$ ,  $L$  le milieu de  $[AD]$ ,  $U$  l'intersection de  $(IG)$  et  $(JF)$ .

On veut démontrer que les droites  $(BK)$  et  $(AG)$  sont sécantes en un point  $O$ , puis que la droite  $(BK)$  est perpendiculaire en  $O$  au plan  $(AIG)$ .

A. Méthode directe (indiquer les théorèmes utilisés).

- 1° Démontrer que les droites  $(BK)$  et  $(AG)$  sont dans un même plan que l'on précisera..
- 2° Démontrer que dans le rectangle  $(ABGH)$  les droites  $(BK)$  et  $(AG)$  sont perpendiculaires en un point  $O$ .
- 3° Démontrer que dans le carré  $EFGH$ ,  $(JF)$  et  $(IG)$  sont perpendiculaires en  $U$ .
- 4° Démontrer que  $(LJ)$  est perpendiculaire au plan  $EFGH$
- 5° En déduire que  $(GI)$  est perpendiculaire au plan  $(LJFB)$
- 6° En déduire que  $(GI)$  est orthogonale à  $(BK)$
- 7° En déduire que  $(BK)$  est perpendiculaire au plan  $(AIG)$  en  $O$ .

B. Méthode Analytique dans le repère orthonormé  $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$

- 1° Indiquer les coordonnées des points  $B, K, G, I$
- 2° Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{BK}, \overrightarrow{AI}$  et  $\overrightarrow{AG}$
- 3° Démontrer que  $\overrightarrow{BK} \perp \overrightarrow{AI}$  et  $\overrightarrow{BK} \perp \overrightarrow{AG}$
- 4° En déduire que  $(BK)$  est perpendiculaire la droite  $(AG)$ .
- 5° Écrire le système des équations paramétriques de la droite  $(BK)$ .
- 6° Démontrer que le plan  $(AIG)$  a pour équation cartésienne  $2x - y - z = 0$
- 7° Déterminer la valeur du paramètre  $k$  pour que le point  $M$  défini par la relation vectorielle  $\overrightarrow{BM} = k \overrightarrow{BK}$  soit dans le plan  $(AIG)$ .
- 8° En déduire les coordonnées du point  $O$  intersection de  $(BK)$  avec le plan  $(AIG)$ .
- 9° Écrire une équation cartésienne du plan  $(ABGH)$ .
- 10° Écrire une équation cartésienne du plan  $(BFJL)$
- 11° En déduire un système d'équations cartésiennes de la droite  $(BK)$
- 12° Retrouver les coordonnées du point d'intersection de  $(BK)$  avec le plan  $(AIG)$ .