[3pts] 4°) En déduire que I est le milieu de [KJ].

D'après 3°) $I = Bar\left(\frac{K}{3} \middle| \underbrace{\frac{B}{1} \middle| \frac{C}{2}}\right)$

$= Bar\left(\frac{K}{3} \middle| \frac{J}{3}\right)$. (Associativité)

$= Bar\left(\frac{K}{1} \middle| \frac{J}{1}\right)$ (Homogénéité)

$=$ milieu de $[KJ]$ (Isobarycentre)

5°) M étant milieu de [BJ] et L celui de [KB], démontrer que JMLI est un parallélogramme.

il suffit de montrer que le milieu de [MI] est aussi le milieu de [JL]. Soit $O = \left(\frac{M}{1} \middle| \frac{I}{1}\right) = \left(\frac{M}{2} \middle| \frac{I}{2}\right)$

on a par hyp. $\begin{cases} L = \left(\frac{B}{1} \middle| \frac{K}{1}\right) \\ M = \left(\frac{B}{1} \middle| \frac{J}{1}\right) \end{cases}$

et d'après 4°) $I = \left(\frac{J}{1} \middle| \frac{K}{1}\right)$

$= \left(\underbrace{\frac{B}{1} \middle| \frac{J}{1}} \middle| \underbrace{\frac{J}{1} \middle| \frac{K}{1}}\right)$.

$= \left(\frac{B}{1} \middle| \frac{K}{1} \middle| \frac{J}{2}\right)$

$= \left(\frac{L}{2} \middle| \frac{J}{2}\right) = \left(\frac{L}{1} \middle| \frac{J}{1}\right) \Rightarrow O = mi[LJ]$

CQFD

6°) Démontrer que le centre G du parallélogramme JMLI est le centre de gravité de ABC.

Soit G isobar de (A, B, C) : $G = \left(\frac{A}{2} \middle| \frac{B}{2} \middle| \frac{C}{2}\right)$

$\Leftrightarrow G = \left(\underbrace{\frac{A}{2}\ \frac{C}{1}} \middle| \underbrace{\frac{B}{2} \middle| \frac{C}{1}}\right)$

$\Leftrightarrow G = \left(\frac{I}{3} \middle| \frac{M}{3}\right)$

$\Leftrightarrow G =$ Milieu de $[IM]$

$\Leftrightarrow G = O$ centre du parallélogramme (IJML).

en effet M milieu de [BJ]

$\Leftrightarrow \vec{BM} = \frac{1}{2}\vec{BJ}$

or par hyp $\vec{BJ} = \frac{2}{3}\vec{BC}$

$\vec{BM} = \frac{1}{3}\vec{BC}$

$3\vec{BM} - \vec{BC} = \vec{0}$

$3\vec{BM} - \vec{BM} - \vec{MC} = \vec{0}$.

$2\vec{BM} - \vec{MC} = \vec{0}$

$2\vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$.

$\Leftrightarrow M = Bar\left(\frac{B}{2} \middle| \frac{C}{1}\right)$

Nom /prénom	Note :

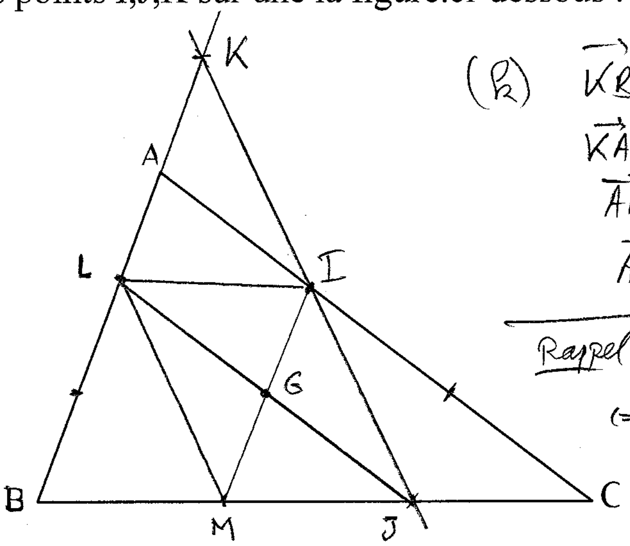
Barycentres et Alignements

Etant donné un triangle ABC quelconque, et les points I,J,K définis par comme barycentres suivants : $I=\left(\begin{array}{c|c} A & C \\ 2 & 1 \end{array}\right)$; $J=\left(\begin{array}{c|c} B & C \\ 1 & 2 \end{array}\right)$; $K=\left(\begin{array}{c|c} B & A \\ 1 & -4 \end{array}\right)$

[3pts] 1°) Construire les points I,J,K sur une la figure.ci-dessous :

(i) $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$
$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$
$\Leftrightarrow \overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

(j) $\overrightarrow{JB}+2\overrightarrow{JC}=\vec{0}$
$3\overrightarrow{JB}+2\overrightarrow{BC}=\vec{0}$
$\overrightarrow{BJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.



(k) $\overrightarrow{KB}-4\overrightarrow{KA}=\vec{0}$
$\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{KA}=\vec{0}$
$\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{KA}$
$\overrightarrow{AK}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

Rappel : $G=\text{Bar}\left(\begin{array}{c|c} A & B \\ a & b \end{array}\right)$ $a+b\neq 0$
$\Leftrightarrow a\overrightarrow{GA}+b\overrightarrow{GB}=\vec{0}$
$\Leftrightarrow \boxed{\overrightarrow{AG}=\frac{b}{a+b}\overrightarrow{AB}}$
$(a+b\neq 0)$

[3pts] 2°) Démontrer que A est barycentre de $\left(\begin{array}{c|c} K & B \\ 3 & 1 \end{array}\right)$

Hyp : $\overrightarrow{KB}-4\overrightarrow{KA}=\vec{0}$
$\Leftrightarrow \overrightarrow{KA}+\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{KA}=\vec{0}$.
$\Leftrightarrow 1.\overrightarrow{AB}+3.\overrightarrow{AK}=\vec{0}$. $\Leftrightarrow A=\text{Bar}\left(\begin{array}{c|c} B & K \\ 1 & 3 \end{array}\right)$. CQFD.

NB : on peut aussi écrire : $\left(\begin{array}{c} K \\ -3 \end{array}\right)=\left(\begin{array}{c|c} B & A \\ 1 & -4 \end{array}\right) \Longleftrightarrow \left(\begin{array}{c} A \\ +4 \end{array}\right)=\left(\begin{array}{c|c} B & K \\ 1 & +3 \end{array}\right)$.

[3pts] 3°) Déterminer le barycentre de $\left(\begin{array}{c|c|c} K & B & C \\ 3 & 1 & 2 \end{array}\right)$.

$\text{Bar}\left(\begin{array}{c|c|c} K & B & C \\ 3 & 1 & 2 \end{array}\right) \Leftrightarrow \text{Bar}\left(\begin{array}{c|c} A & C \\ 4 & 2 \end{array}\right) \Leftrightarrow \text{Bar}\left(\begin{array}{c|c} A & C \\ 2 & 1 \end{array}\right)=I$ (Hyp).

$\left(\begin{array}{c} A \\ 4 \end{array}\right)$ par ASSOCIATIVITÉ des Barycentres

par HOMOGÉNÉITÉ des Barycentres

T.S.V.P