jml@ecole-alsacienne.org
2007-2008

MATHÉMATIQUES - 1ère S_3
Contrôle N°2 • 19 sept. • 100 min.

Fonctions associées à des transformations • Polynômes • Fractions Rationnelles

I – [5 pts] Fonctions associées : Construire sur une page entière dans un même repère orthonormal, unité 2 carreaux, les quatre courbes représentatives des fonctions suivantes définies par :

$$f(x)=\frac{3x+10}{x+2}\ \ (C)\ ;\ f_1(x)=|f(x)|\ \ (C_1)\ ;\ f_2(x)=f(|x|)\ \ (C_2)\ ;\ f_3(x)=f(x-2)-3\ \ (C_3)$$

Indiquer par quelle transformation on passe de la courbe (C_0) à la courbe (C_3)

II – [4 pts] Transformations : Soit $P(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$

1. *Montrer que P(x) peut s'écrire sous la forme d'un produit de 3 binômes du 1er degré.*
2. *On pose $F(x) = P(x - 1)$*
   a. *Démontrer que F est une fonction Impaire.*
   b. *Que peut-on en déduire pour la courbe représentative de F ?*
   c. *Que peut-on en déduire pour la courbe représentative de P ?*

III - [4 pts] Décomposition d'une Fraction Rationnelle en éléments simples

On considère le polynôme $P(x)=2x^3+x^2-8x-4$

1°) Démontrer que P(x) est divisible par (x – 2) et par (x + 2)

2°) Mettre P(x) sous forme d'un produit de facteurs du 1er degré, et en déduire toutes les solutions de l'équation P(x) = 0

3°) Soit $F(x)=\frac{P(x)+8}{x^2-4}=\frac{2x^3+x^2-8x+4}{x^2-4}$ *, montrer que la fraction F(x) peut se décomposer sous la forme :* $F(x)=ax+b+\frac{c}{x-2}+\frac{d}{x+2}$. *On pourra déterminer les constantes a,b,c,d par indentification en utilisant les résultats précédents.*

4°) Calculer F(0) et F(4) et examiner si, pour la courbe de F, la droite d'équation x=2 est un axe de symétrie, ou si le point I(2 ;5) est un centre de symétrie.

IV - [3pts] Equation du 4e degré. Soit $P(x) = (x+1)^{2n} + (x + 1)^n - 2$

1°) Montrer que si n est pair, P(x) est factorisable par le polynôme $x^2 + 2x$.

2°) Montrer que si n =1, P(x) est factorisable par le polynôme $x^2 + 3x$.

3°) Résoudre dans R, l'équation $x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 6x = 0$

V - [4 pts] Somme des carrés des n premiers entiers :

1°) Déterminer par indentification les coefficients a,b,c,d d'un polynôme du 3e degré $P(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ *tel que pour tout x Réel on ait les deux conditions*

$$P(0)=0 \quad \text{et} \quad P(x+1)-P(x)=x^2$$

2°) Mettre ce polynôme P(x) sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.

3°) En déduire une expression de la somme des carrés n premiers entiers :

$$S_n=1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2$$

Never say never !