Trigonométrie

I – [10 pts] Formules d'addition et de multiplication des arcs :

1°) Réduire l'expression A(x) = cos 7x . sin 6x – sin 7x . cos 6x et calculer $A\left(\frac{\pi}{3}\right)$

2°) Réduire l'expression B(x) = cos x cos 2x – sin x . sin 2x ; calculer $B\left(\frac{\pi}{6}\right)$

3°) Démontrer l'égalité suivante : 8 sin x . cos x . cos 2x . cos 4x = sin 8x

4°) Montrer que $\sin\frac{8\pi}{7} = -\sin\frac{\pi}{7}$

5°) En déduire l'égalité suivante à l'aide du (3°) : $\cos\frac{\pi}{7}.\cos\frac{2\pi}{7}.\cos\frac{4\pi}{7} = -\frac{1}{8}$

6°) Démontrer par la même méthode l'égalité suivante : $\cos\frac{\pi}{9}.\cos\frac{2\pi}{9}.\cos\frac{4\pi}{9} = \frac{1}{8}$

7°) On donne sin x = $-\frac{3}{5}$*, avec* $\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$*, en déduire cos x puis sin 2x.*

8°) Calculer $\sin\frac{5\pi}{8}$

9°) Réduire l'expression suivante : $T(x) = \tan(\pi + x) + \tan(\frac{\pi}{2} + x) + \tan(\pi - x) + \tan(\frac{\pi}{2} - x) \quad (x \neq k\frac{\pi}{2})$

10°) Réduire l'expression suivante : $C(x) = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$ *(utiliser le passage à l'arc moitié)*

II– [10 pts] Équations trigonométriques :

1°) Résoudre les équations suivantes dans l'intervalle]-π ; π] et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique :

a. $\cos(x - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$

b. $\cos(x - \frac{\pi}{6}) = \sin 3x$

2°) Factoriser l'expression puis résoudre l'équation :

a. u(x) = cos 2x + 2 cos x + 1 = 0

b. v(x) = sin 2x – 2 sin x =0

3°) Soit f(x) = cos 2x — 2 sin x + $\frac{1}{2}$

a. Mettre la fonction f sous la forme d'un polynôme du second degré en X = sin x

b. Résoudre l'équation $4X^2 + 4X - 3 = 0$

c. En déduire les solutions de l'équation f(x) = 0 dans l'intervalle]-π ;π].