

Fonctions et équations paramétriques du Second Degré

[Calculatrice conseillée]

I - [10 pts] Soient (P_1) et (P_2) les paraboles représentatives des fonctions f_1 et f_2 suivantes :

$$f_1(x) = -x^2 + 2x \quad \text{et} \quad f_2(x) = x^2 - 6x + 6$$

1°) [5 pts] Déterminer les éléments particuliers : extremum (coordonnées de la base ou du sommet), intersections avec les axes de coordonnées, équation de l'axe de symétrie, et tracer avec soin les paraboles (P_1) et (P_2) dans un même repère orthonormé en indiquant précisément sur les axes tous les résultats trouvés (unité : 2 carreaux, sur une page séparée).

2°) [1 pt] Déterminer les coordonnées des points d'intersection I et J de (P_1) et (P_2)

3°) [1 pt] Tracer la droite (IJ) et en donner une équation cartésienne.

4°) [1,5 pt] Résoudre l'inéquation $-x^2 + 2x \geq x^2 - 6x + 6$ et placer l'ensemble des nombres Réels solution sur la figure précédente.

5°) [0,5 pt] Colorier sur la figure précédente l'ensemble des points $M(x;y)$ vérifiant simultanément les deux conditions :
$$\begin{cases} y \leq -x^2 + 2x \\ y \geq x^2 - 6x + 6 \end{cases}$$

6°) On pose $g(x) = -f_1(x)$ et $h(x) = g(x - 2) - 2$. On appelle (G) la parabole représentative de g et (H) celle de h.

a) [0,5 pt] Démontrer que $h(x) = f_2(x)$.

b) [0,5 pt] Indiquer sans démonstration par quelles transformations géométriques on passe de (P_1) à (G) puis de (G) à (P_2) .

II - [10 pts] Soit (P) la parabole d'équation $y = -x^2 + 6x - 6$ et soit $y = 2x + m$ l'équation d'une droite variable (D_m) .

1°) Tracer la parabole (P) et les trois droites (D_0) , (D_{-2}) , (D_{-3}) dans un même repère orthonormé (unité : 2 carreaux, sur une page séparée) en indiquant précisément les éléments particuliers : extremum (coordonnées de la base ou du sommet), intersections avec les axes de coordonnées, équation de l'axe de symétrie, en indiquant précisément sur les axes tous les résultats trouvés.

[NB : pour tracer la parabole (P) on pourra utiliser les résultats du I].

2°) [5 pts] Déterminer suivant les valeurs de m le nombre de points d'intersection de la droite (D_m) avec (P) et indiquer les résultats dans un tableau.

Préciser en particulier les coordonnées des points d'intersection et la position de la droite (D_m) par rapport à (P) dans les cas $m=0$, $m = -2$, $m=-3$.

