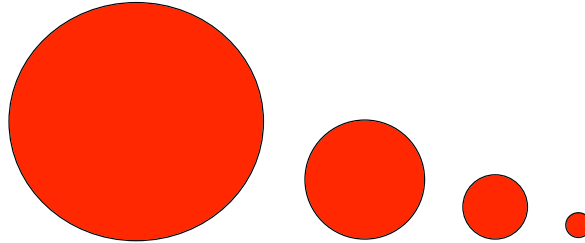


Nom de l'élève :

Questions de Cours : On considère la suite des cercles ci-dessous, dans laquelle le premier cercle a un diamètre de longueur  $D_0 = 4$  (cm) et le diamètre de chacun des cercles suivants est égal à  $1/2$  du cercle précédent.



1. Quelle relation peut-on écrire entre les diamètres  $D_n$  et  $D_{n+1}$  de deux cercles consécutifs ?
2. En déduire  $D_n$  en fonction de  $n$ .
3. En déduire la mesure de l'aire  $A_n$  du cercle de diamètre  $D_n$  en fonction de  $n$ .
4. Calculer la somme des aires des 4 premiers cercles.
5. Calculer la somme infinie des aires de la suite infinie des cercles ainsi construits.

Exercice : Soit  $f(x) = \frac{5x}{x+2}$  et  $(u_n)$  la suite définie par :  $u_{n+1} = f(u_n)$  et  $u_0 = 8$

1. Construire (au dos de la feuille ou au tableau) la courbe représentative de  $f$  sur  $\mathbb{R}_+$  et construire géométriquement les points  $u_0, u_1, u_2, u_3, u_4$  sur l'axe  $(Ox)$ .
2. Indiquer si d'après la figure  $(u_n)$  est monotone ? bornée ? convergente ?
3. Montrer par récurrence que la suite  $(u_n)$  est bornée par 3 et 8.
4. Montrer par récurrence que la suite  $(u_n)$  est décroissante.
5. On pose  $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n}$ . Démontrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique, indiquer sa raison, le premier terme, et sa limite.
6. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $v_n$ .
7. En déduire la limite de  $u_n$