

**A. ( 2 points)**

MAB est un triangle tel que  $AB = 6$ , O milieu de  $[AB]$ , H est le pied de la hauteur issue de M tel que  $OH = 2$  et H appartient à  $[OB]$ .

Calculer :  $MB^2 - MA^2$

**B. (2 points)**

Démontrer que dans tout triangle, la somme des carrés des médianes représente les trois quarts de la somme des carrés des côtés.

**C. (4 points)**

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses, justifier.

1) si  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{w} \cdot \vec{u}$ , alors  $\vec{v} = \vec{w}$

2) les droites d'équations (en repère orthonormé) :  $x + 2y + 5 = 0$  et  $2x + y - 5 = 0$  sont perpendiculaires.

3) les cercles d'équations (en repère orthonormé) :  $x^2 + y^2 - 2x = 0$  et  $x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0$  ont le même centre

4)  $\sqrt{\overline{AB^2}} = \overline{AB}$

5) ABC est un triangle. (D) est la médiatrice de  $[BC]$  et  $\vec{u}$  un vecteur directeur de (D).

on a :  $\overrightarrow{BA} \cdot \vec{u} = \vec{u} \cdot \overrightarrow{CA}$

**D. ( 2 points)**

ABCD est un rectangle avec  $AD = a$  et  $AB = a\sqrt{2}$

E est le milieu de  $[AB]$

Calculer  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DE}$

Que peut-on en déduire pour (AC) et (DE) ?

**E. (3 points)**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé.

A(-2 ; -1) B(7 ; 2) C(3 ; 4)

1) Déterminer une équation de (AB).

- 2) Déterminer une équation de la hauteur issue de C dans le triangle ABC.
- 3) Déterminer les coordonnées du pied H de cette hauteur et calculer l'aire du triangle.

### F. (2 points)

$$AB = 5$$

Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -4$

### G. (5 points)

ABC est un triangle.

On note :  $BC = a$     $AC = b$     $AB = c$

$p$  est le demi périmètre du triangle et  $S$  son aire.

1) Exprimer  $1 - \cos^2 A$  en fonction de  $a, b, c$ .

2) En déduire que :

$$4b^2c^2 \sin^2 A = (a+b+c)(a+b-c)(c+b-a)(c-b+a)$$

3) justifier l'égalité:

$$\sin^2 A = \frac{4}{b^2c^2} p(p-a)(p-b)(p-c)$$

4) En déduire que:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

5) Application:

Calculer l'aire d'un triangle dont les côtés ont pour mesures :  
6cm, 7cm, 12cm