Études de Fonctions Rationnelles et Irrationnelles

Pour chacune des fonctions définies ci-dessous, faire une fiche d'étude séparée (format 21 x 29,7), comprenant les éléments suivants :

1°) Ensemble de Définition, étude (au brouillon) des limites aux bornes.
2°) Calcul de la Dérivée et recherche de ses zéros (par factorisation).
3°) Tableau du signe de la dérivée, de la variation et des limites de la fonction.
4°) Équations des Asymptotes éventuelles et Tangentes aux points particuliers
5°) Courbe représentative : asymptotes, intersections avec les axes, tangentes, symétries.

Vérifier les résultats obtenus sur ordinateur à l'aide du logiciel Maple.

(1) $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - 3x + 2$

(2) $f(x) = x^4 - 4x^2 + 1$

(3) $f(x) = \frac{2x^2 + 8x + 1}{x(x+4)}$.

(4) $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 - 2x - 3}$

(5) $f(x) = \frac{x}{1 - x^2}$.

(6) $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2 - x - 6}$

(7) $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 2}{(2x-3)^2}$

(8) $f(x) = x + 1 + \frac{2}{x - 1}$

(9) $f(x) = \frac{2x}{2x^2 + 2x + 1}$

(10) $f(x) = \frac{2x^2 + 4x - 1}{x - 2}$

Exercices Complémentaires

(11) $f(x) = \frac{1 + x}{1 + |x|}$

(12) $f(x) = |x| + 1 + \frac{2}{x - 1}$

(13) $f(x) = \sqrt{|4x^2 + 8x + 3|}$

(14) $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$

(15) $f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2 - 4}}$

(16) $f(x) = \frac{(x^2 + x - 6)\sqrt{4x^2 + 4x + 1}}{4x + 2}$

(17) $f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x^2 + 4x + 1}}$

(18) $f(x) = \frac{x^2 + 4x}{\sqrt{|x^2 + 4x + 1|}}$

(19) $f(x) = \sqrt{\left|\frac{1 - x}{1 + x}\right|}$

(20) $f(x) = x\sqrt{\left|\frac{1 - x}{1 + x}\right|}$