Paraboles (1)

I.1. Tracer avec soin les paraboles d'équation de la forme $y = ax^2$ en respectant la symétrie et en construisant les points caractéristiques 0 ; A(1;a) et B($\frac{1}{a}$; $\frac{1}{a}$)). Utiliser des couleurs différentes pour chaque parabole.

• ***(P₁)*** $y = x^2$

• ***(P₂)*** $y = -2x^2$

• ***(P₃)*** $y = \frac{1}{2}x^2$

• ***(P₄)*** $y = -\frac{1}{2}x^2$

• ***(P₅)*** $y = \frac{1}{4}x^2$

• ***(P₆)*** $y = -\frac{1}{4}x^2$

I.2. Tracer avec soin les paraboles d'équation de la forme $y = a(x - L)^2 + H$. Pour cela :

a) effectuer le changement de variable : $\boxed{X = x - L}$; $\boxed{Y = y - H}$,

b) mettre l'équation sous la forme $Y = a X^2$

c) Placer le point ***O'(L ;H)*** et tracer les nouveaux axes ***(O'X) (x = L) ; (O'Y) (y = H)***

d) placer la parabole d'équation $Y = a X^2$ dans ce nouveau repère comme précédemment.

• ***(P'₁)*** $y = (x - 3)^2 + 2$

• ***(P'₂)*** $y = -2(x + 2)^2 - 1$

• ***(P'₃)*** $y = \frac{1}{2}(x + 1)^2 - 2$

• ***(P'₄)*** $y = -\frac{1}{2}(x - 1)^2 + 2$

• ***(P'₅)*** $y = \frac{1}{4}(x - 2)^2 - 1$

• ***(P'₆)*** $y = -\frac{1}{4}(x + 2)^2 - 1$

Paraboles (2)

I – *Etude de la parabole d'équation :* $\boxed{y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2}$

a) Mettre l'équation sous la forme $y = a(x - L)^2 + H$

b) Coordonnées du « sommet » : $\boxed{x = \quad}$ $\boxed{y = \quad}$

c) Equation de l'axe de symétrie : $\boxed{x = \quad}$

d) Intersection avec l'axe Oy : $\boxed{x = 0}$ $\boxed{y = \quad}$

e) Intersections avec l'axe Ox : $\boxed{y = 0}$ $\boxed{x = \quad}$
(montrer les calculs ci-dessous)

f) Placer la Parabole à l'aide de tous les éléments calculés précédemment :

Paraboles (3)

II – *Etude de la parabole d'équation :* $\boxed{\boldsymbol{y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 1}}$

a) *Mettre l'équation sous la forme* $y = a(x - L)^2 + H$

b) *Coordonnées du « Sommet » :* $x =$ $y =$

c) *Equation de l'axe de symétrie :*

d) *Intersection avec l'axe Oy :* $x =$ $y =$

e) *Intersections avec l'axe Ox :* $y =$ $x =$
Montrer les calculs ci-dessous :

Tracer la Parabole à l'aide de tous les éléments calculés ci-dessus.

Paraboles (4)

I - Soit (P) la parabole d'équation $y = f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$.

1°) Tracer (P) dans un repère orthonormé $R=[O;(\vec{i}\ \vec{j})]$ *en indiquant les coordonnées des points particuliers (sommet, intersections avec les axes, axe de symétrie)*

**2°) On considère la droite* (D_m) *d'équation* $y = mx + 2$ *. Discuter suivant les valeurs de m le nombre de points d'intersection de (P) avec* (D_m) *et interpréter géométriquement le résultat.*

***3°) Soit* I_m *le milieu des points d'intersection de (P) avec* (D_m)*. Déterminer l'équation de la courbe parcourue par* I_m *lorsque m varie.*

II - Soit f_m *la fonction définie par* $f_m(x) = (m + 2)x^2 - 2mx + (2m + 3)$.

1°) Déterminer suivant les valeurs du paramètre m, l'existence et le nombre de racines de l'équation

$$f_m(x) = 0$$

Donner les résultats dans un tableau en précisant notamment les solutions pour les valeurs $m = -2$, $m = -1$, *et* $m = -6$.

2°) Calculer la somme S et le produit P des racines en fonction de m. En déduire leur signe suivant les valeurs de m. Donner les résultats dans un tableau.

***3°) Soit* (P_m)*, pour* $m \neq -2$*, la parabole d'équation* $y = f_m(x)$ *dans un repère orthonormé* $R=[O;(\vec{i}\ \vec{j})]$ *(unité 1 cm ou 1 carreau). Indiquer les coordonnées du "sommet"* S_m *de cette parabole en fonction de m et montrer que lorsque m varie, le point* S_m *parcourt la courbe (H) d'équation* $y = \dfrac{2x^2 - x - 3}{x - 1}$.

[On ne demande pas de faire l'étude détaillée de la fonction associée à(H), mais on pourra tracer (H) en s'aidant d'une calculatrice et faire quelques observations judicieuses sur ses caractéristiques graphiques ...]

**4°) Pour quelle valeur* m_0 *de m une parabole* (P_m) *passe t'elle par le point* $A(-2;-4)$ *? Tracer la parabole* (P_{m_0}) *dans le repère R.*

III - Soit $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 5$ *et (P) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé* $R=[O;(\vec{i}\ \vec{j})]$

[unité := 1 cm ou 2 carreaux sur une page entière svp].

1°) Représenter soigneusement (P) dans R : on indiquera clairement sur la figure les coordonnées des éléments de symétrie et des intersections avec les axes de coordonnées Ox, et Oy.

2°) Discuter suivant les valeurs de m l'existence et le nombre de solutions de l'équation :

$$(E_m)\quad x^2 - 8x + 4m - 20 = 0$$

3°) Calculer $S = x' + x''$ *et* $P = x'x''$ *en fonction de m et étudier le signe des racines de* (E_m) *suivant les valeurs de m.[Résumer cette étude dans un tableau].*

4°) Soit (D_m) *la droite d'équation* $y = m$*. Discuter suivant les valeurs de m le nombre de points d'intersection de (P) et* (D_m)*. Préciser en particulier pour quelle valeur de m* (D_m) *est tangente à (P).(On pourra utiliser les résultats du 2°).*