

Fractions Rationnelles – Limites – Dérivées – Asymptotes – Courbe

[Calculatrice graphique conseillée]

- I- [10 pts] Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{-x^2 + x + 5}{x + 2}$ et (C_f) la courbe représentative.
- 1°) Indiquer l'ensemble de définition D_f sous forme d'intervalles.
 - 2°) Mettre $f(x)$ sous la forme $ax + b + \frac{c}{x + 2}$, (déterminer a, b, c).
 - 3°) Calculer les limites de f aux bornes de D_f .
 - 4°) Montrer que (C_f) admet pour asymptote oblique la droite (Δ) d'équation $y = -x + 3$
 - 5°) Étudier la position de (C_f) par rapport à (Δ) .
 - 6°) Calculer la dérivée de f , factoriser $f'(x)$ et étudier son signe.
 - 7°) En déduire le tableau des variations de f , avec les limites et les valeurs des extrema de $f(x)$.
 - 8°) Déterminer une équation de la tangente (T_0) à (C_f) au point d'abscisse 0.
 - 9°) Tracer les asymptotes et la courbe (C_f) avec soin dans un repère orthonormal (Unité 1c.), les points d'intersection avec les axes et la tangente (T_0) .
 - 10°) Calculer les coordonnées du point I intersection des deux asymptotes et démontrer que (C_f) admet I pour centre de symétrie.

- II- [10 pts] Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{2(x-1)^2}$ et (C_f) la courbe représentative.
- 1°) Indiquer l'ensemble de définition D_f sous forme d'intervalles.
 - 2°) Mettre $f(x)$ sous la forme $ax + b + \frac{cx + d}{2(x-1)^2}$, (déterminer a, b, c, d).
 - 3°) Calculer les limites de f aux bornes de D_f .
 - 4°) a) En déduire que (C_f) admet pour asymptote oblique la droite (Δ) d'équation $y = \frac{1}{2}x + 2$
b) Montrer que (C_f) coupe (Δ) en un point I dont on donnera les coordonnées.
c) Étudier la position de (C_f) par rapport à (Δ) .
 - 5°) Déterminer les intersections de (C_f) avec les axes de coordonnées.
 - 6°) Ecrire l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse -2 .
 - 7°) Calculer la dérivée de f , factoriser $f'(x)$ et étudier son signe.
 - 8°) En déduire le tableau des variations de f , avec les limites et les valeurs des extrema de $f(x)$.
 - 9°) Tracer les asymptotes et la courbe (C_f) avec soin dans un repère orthonormal (Unité 1c.), en plaçant les points d'intersection avec les axes et la tangente (T) .
 - 10°) La courbe (C_f) admet-elle un axe ou un centre de symétrie ? Justifier la réponse.

Question subsidiaire : *Tusau'ouï peut-on aller trop loin ?*

Fractions Rationnelles – Limites – Dérivées – Asymptotes – Courbe

[Calculatrice graphique conseillée]

- I- [10 pts] Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 - x - 5}{x + 2}$ et (C_f) la courbe représentative.
- 1°) Indiquer l'ensemble de définition D_f sous forme d'intervalles.
 - 2°) Mettre $f(x)$ sous la forme $ax + b + \frac{c}{x + 2}$, (déterminer a, b, c).
 - 3°) Calculer les limites de f aux bornes de D_f .
 - 4°) Montrer que (C_f) admet pour asymptote oblique la droite (Δ) d'équation $y = x - 3$
 - 5°) Étudier la position de (C_f) par rapport à (Δ) .
 - 6°) Calculer la dérivée de f , factoriser $f'(x)$ et étudier son signe.
 - 7°) En déduire le tableau des variations de f , avec les limites et les valeurs des extrema de $f(x)$.
 - 8°) Déterminer une équation de la tangente (T_0) à (C_f) au point d'abscisse 0.
 - 9°) Tracer les asymptotes et la courbe (C_f) avec soin dans un repère orthonormal (Unité 1c.), les points d'intersection avec les axes et la tangente (T_0) .
 - 10°) Calculer les coordonnées du point I intersection des deux asymptotes et démontrer que (C_f) admet I pour centre de symétrie.
- II- [10 pts] Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{2x^2 - x^3}{2(x + 1)^2}$ et (C_f) la courbe représentative.
- 1°) Indiquer l'ensemble de définition D_f sous forme d'intervalles.
 - 2°) Mettre $f(x)$ sous la forme $ax + b + \frac{cx + d}{2(x + 1)^2}$, (déterminer a, b, c, d).
 - 3°) Calculer les limites de f aux bornes de D_f .
 - 4°) a) En déduire que (C_f) admet pour asymptote oblique la droite (Δ) d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 2$
b) Montrer que (C_f) coupe (Δ) en un point I dont on donnera les coordonnées.
c) Étudier la position de (C_f) par rapport à (Δ) .
 - 5°) Déterminer les intersections de (C_f) avec les axes de coordonnées.
 - 6°) Ecrire l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse -2 .
 - 7°) Calculer la dérivée de f , factoriser $f'(x)$ et étudier son signe.
 - 8°) En déduire le tableau des variations de f , avec les limites et les valeurs des extrema de $f(x)$.
 - 9°) Tracer les asymptotes et la courbe (C_f) avec soin dans un repère orthonormal (Unité 1c.), en plaçant les points d'intersection avec les axes et la tangente (T) .
 - 10°) La courbe (C_f) admet-elle un axe ou un centre de symétrie ? Justifier la réponse.

Question subsidiaire : *Never say never !*