jml@ecole-alsacienne.org
2006-2007

MATHÉMATIQUES - 1ère S_2 **A**
Contrôle N°2 • 19 oct. • 100 min.

Fonctions associées – Polynômes – Symétries

[Calculatrice conseillée]

I - [4 pts] Soit (P) la parabole d'équation $y = f_0(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$

Construire dans un même repère orthonormal $R = [O;(\vec{i},\vec{j})]$, *unité 1 cm ou 1 carreau, les courbes représentatives des fonctions suivantes, en indiquant les relations qui lient* f_1, f_2, f_3, *à* f_0 *, et par quelle(s) transformation(s) géométrique(s) on passe de* (P_0) *à chacune des courbes* (P_i) *(utiliser 4 couleurs différentes ou des pointillés).*

$f_1(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 2$; $f_2(x) = \left|\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 2\right|$; $f_3(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}|x| - 2.$

II - [5 pts] Soit $P(x) = x^4 - 12x^3 + 45x^2 - 54x$

1°) *Montrer que P(x) peut se factoriser par x et par (x-3).*
2°) *Déterminer le polynôme Q(x) tel que P(x) = x(x-3).Q(x)*
3°) *En déduire la décomposition de P(x) en produit de facteurs du premier degré.*
4°) *En déduire tous les zéros de P.*
5°) *Montrer que la droite d'équation x=3 est un axe de symétrie pour la courbe représentative de P.*

III - [5 pts] Soit $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 7}{x+1}$

On appelle (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.

1°) *Déterminer les coefficients a, b, c, tels que* $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

2°) *Soient* $F(x) = f(x - 1) + 4$, *et (K) la courbe représentative de F dans ce même repère*

a. *Calculer F(x).*
b. *Montrer que la fonction F est Impaire. Que peut on en déduire pour (K) ?*
c. *Indiquer par quelle transformation la courbe (K) se déduit de la courbe (C).*
d. *Inversement indiquer la transformation qui fait passer de (K) à (C).*
e. *Que peut on en déduire pour la courbe (C) ?*

IV - [6 pts] 1°) Soit $P(x) = x^3 - 7x - 6$.

a) *Montrer que P(x) est factorisable par (x + 1).*
b) *Écrire P(x) sous la forme d'un produit de facteurs du 1er degré.*
c) *En déduire tous les zéros de P(x).*
d) *Démontrer que la courbe représentative de P admet pour centre de symétrie le point I de coordonnées(0 ;-6)*

2°) *On pose* $F(x) = \frac{x^3 - 7x - 6}{x - 1}$

a) *Déterminer les coefficients a, b, c, d, tels que* $F(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x-1}$
b) *Examiner si la droite d'équation x=1 est ou non un axe de symétrie pour la courbe représentative de F.*

jml@ecole-alsacienne.org
2006-2007

MATHÉMATIQUES - 1ère S_2 **B**
Contrôle N°2 • 19 oct. • 100 min.

Fonctions associées – Polynômes – Symétries

[Calculatrice conseillée]

I - [4 pts] Soit (P) la parabole d'équation $y = f_0(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$

Construire dans un même repère orthonormal $R = [O;(\vec{i},\vec{j})]$, *unité 1 cm ou 1 carreau, les courbes représentatives des fonctions suivantes, en indiquant les relations qui lient* f_1, f_2, f_3, *à* f_0 *, et par quelle(s) transformation(s) géométrique(s) on passe de* (P_0) *à chacune des courbes* (P_i) *(utiliser 4 couleurs différentes ou des pointillés).*

$f_1(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$; $f_2(x) = \left|-\frac{1}{2}x^2 - x + 4\right|$; $f_3(x) = -\frac{1}{2}x^2 - |x| + 4$.

II - [5 pts] Soit $P(x) = x^4 + 12x^3 + 45x^2 + 54x$

1°) *Montrer que P(x) peut se factoriser par x et par (x+3).*
2°) *Déterminer le polynôme Q(x) tel que P(x) = x(x+3).Q(x)*
3°) *En déduire la décomposition de P(x) en produit de facteurs du premier degré.*
4°) *En déduire tous les zéros de P.*
5°) *Montrer que la droite d'équation x= -3 est un axe de symétrie pour la courbe représentative de P.*

III - [5 pts] Soit $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 7}{x - 1}$

On appelle (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.

1°) *Déterminer les coefficients a, b, c, tels que* $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$
2°) *Soient F(x) = f(x + 1) - 4, et (K) la courbe représentative de F dans le même repère que (C)*
   a. *Calculer F(x).*
   b. *Montrer que la fonction F est Impaire. Que peut on en déduire pour (K) ?*
   c. *Indiquer par quelle transformation la courbe (K) se déduit de la courbe (C).*
   d. *Inversement indiquer la transformation qui fait passer de (K) à (C).*
   e. *Que peut on en déduire pour la courbe (C) ?*

IV - [6 pts] 1°) Soit $P(x) = x^3 + 7x + 8$.
   a. *Montrer que P(x) est factorisable par (x + 1).*
   b. *Écrire P(x) sous la forme d'un produit de facteurs.*
   c. *En déduire tous les zéros de P(x).*
   d. *Démontrer que la courbe représentative de P admet pour centre de symétrie le point I de coordonnées (0;8)*

2°) *On pose* $F(x) = \frac{x^3 + 7x + 8}{x - 1}$

   a. *Déterminer les coefficients a, b, c, d, tels que* $F(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x-1}$
   b. *Examiner si la droite d'équation x=1 est ou non un axe de symétrie pour la courbe représentative de F.*