# Second Degré • Équations paramétriques • Familles de courbes

*I - Soit (P) la parabole d'équation* $y = f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$.

*1°) Tracer (P) dans un repère orthonormé $R=[O;(\vec{i}\ \vec{j})]$ en indiquant les coordonnées des points particuliers (sommet, intersections avec les axes, axe de symétrie)*

**2°) On considère la droite ($D_m$) d'équation $y = mx + 2$. Discuter suivant les valeurs de m le nombre de points d'intersection de (P) avec ($D_m$) et interpréter géométriquement le résultat.*

***3°) Soit $I_m$ le milieu des points d'intersection de (P) avec ($D_m$). Déterminer l'équation de la courbe parcourue par $I_m$ lorsque m varie.*

*II - Soit* $f_m$ *la fonction définie par* $f_m(x) = (m + 2)x^2 - 2mx + (2m + 3)$.

*1°) Déterminer suivant les valeurs du paramètre m, l'existence et le nombre de racines de l'équation* $f_m(x) = 0$

*Donner les résultats dans un tableau en précisant notamment les solutions pour les valeurs $m=-2$, $m=-1$, et $m=-6$.*

*2°) Calculer la somme S et le produit P des racines en fonction de m. En déduire leur signe suivant les valeurs de m. Donner les résultats dans un tableau.*

***3°) Soit ($P_m$), pour $m\neq-2$, la parabole d'équation $y=f_m(x)$ dans un repère orthonormé $R=(O;(\vec{i}\ \vec{j})$ (unité 1 cm ou 1 carreau). Indiquer les coordonnées du "sommet" $S_m$ de cette parabole en fonction de m et montrer que lorsque m varie, le point $S_m$ parcourt la courbe (H) d'équation $y = \frac{2x^2 - x - 3}{x - 1}$. [On ne demande pas de faire l'étude détaillée de la fonction associée à(H), mais on pourra tracer (H) en s'aidant d'une calculatrice et faire quelques observations judicieuses sur ses caractéristiques graphiques ...]*

**4°) Pour quelle valeur $m_0$ de m une parabole ($P_m$) passe t'elle par le point $A(-2;-4)$ ? Tracer la parabole ($P_{m_0}$) dans le repère R.*

*III - Soit* $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 5$ *et (P) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé $R=[O;(\vec{i}\ \vec{j})]$ [unité := 1 cm ou 2 carreaux sur une page entière svp].*

*1°) Représenter soigneusement (P) dans R : on indiquera clairement sur la figure les coordonnées des éléments de symétrie et des intersections avec les axes de coordonnées Ox, et Oy.*

*2°) Discuter suivant les valeurs de m l'existence et le nombre de solutions de l'équation :*

$$(E_m)\quad x^2 - 8x + 4m - 20 = 0$$

*3°) Calculer $S = x'+ x''$ et $P = x'x''$ en fonction de m et étudier le signe des racines de ($E_m$) suivant les valeurs de m.[Résumer cette étude dans un tableau].*

*4°) Soit ($D_m$) la droite d'équation $y = m$. Discuter suivant les valeurs de m le nombre de points d'intersection de (P) et ($D_m$). Préciser en particulier pour quelle valeur de m ($D_m$) est tangente à (P).(On pourra utiliser les résultats du 2°).*