jml@ecole-alsacienne.org
2004-2005

MATHÉMATIQUES - 1ère S_5
Contrôle N°6 • 9 mars • 2h

Trigonométrie & Barycentres

I- [4 pts] Equations trigonométriques : Résoudre dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$

(1) $\cos 2x + \sin x = 0$

(2) $\cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x = 1$

II- [6 pts] Etude de la fonction trigonométrique définie par : $f(x) = \sin 2x - 2 \cos x + 1$

1°) Indiquer la période T de la fonction f.
2°) En déduire une réduction de l'intervalle d'étude pour f.
3°) Résoudre l'équation $f(x) = 1$
4°) Montrer que $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 2$
5°) Que peut-on en déduire pour la courbe de f ?
6°) En déduire une nouvelle réduction de l'intervalle d'étude pour f.
7°) Calculer $f\left(-\frac{\pi}{2}\right)$; $f\left(-\frac{\pi}{6}\right)$; f (0) ; $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.
8°) On suppose que f est décroissante sur l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2} ; -\frac{\pi}{6}\right]$ et croissante sur l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{6} ; \frac{\pi}{2}\right]$, construire la courbe de f sur cet intervalle dans un repère orthonormal, unités : 3 carreaux pour π sur Ox et 1 ca. par unité sur Oy.
9°) Déduire de (5) la courbe de f sur l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}\right]$.
10°) Déduire de (1) la courbe représentative de f sur l'intervalle $\left[-\frac{9\pi}{2} ; \frac{7\pi}{2}\right]$.

III- [6 pts)] **Barycentres** Etant donné un triangle ABC quelconque, et les points I,J,K suivants
I := Bar{ (A , 2) ; (C, 1) } ; J := Bar{ (B , 1) ; (C , 2) }; K := Bar{ (B , 1) ; (A , - 4) }

1°) Construire les points I,J,K sur une grande figure.
2°) Démontrer que A est barycentre de {(K,3) ; (B,1)}.
3°) Déterminer le barycentre de {(K,3) ; (B,1) ; (C,2)}.
4°) En déduire que I est le milieu de [KJ].
5°) M étant milieu de [BJ] et L celui de [KB], démontrer que JMLI est un parallélogramme.
6°) Démontrer que le centre G du parallélogramme JMLI est le centre de gravité de ABC.

IV-[4pts] **Alignements**. Soit ABC un triangle quelconque, construire les points I,J,K tels que :

$\overrightarrow{AJ} = -\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BK} = -\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{CI} = -\overrightarrow{CB}$. Faire la figure sur une demi page.

1°) Montrer que A est barycentre de {(I , 2) ; (J , 4) ; (K , 1)}(*utiliser C = milieu de [BI]dans la 1ère relation*)
2°) Exprimer de même chacun des points B et C comme barycentres des points I,J,K affectés de coefficients convenablement choisis *(indiquer les systèmes correspondants à B et C respectivement)*
3°) On place les points P, Q, R tels que $\overrightarrow{KP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{KJ}$, $\overrightarrow{IQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IK}$, $\overrightarrow{JR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{JI}$.
4°) Montrer que P :=Bar{(K,2) ; (J,1)} et B :=Bar{(I,1) ; (P,6)}
5°) En déduire que P est l'intersection des droites (BC) et (KJ),
6°) Montrer de même que R est l'intersection des droites (AB) et (JI) et Q l'intersection des droites (AC) et (KI).
7°) [*Bonus 2pts*] Démontrer que les centres de gravité des triangles ABC, IJK, et PQR sont confondus.

La trigo c'est le Zen dans la pizza