

## *Limites • Branches infinies • Asymptotes • Symétries*

I - [6 pts] Calculer les limites en  $-1^+$ ,  $-1^-$ ,  $0^+$ ,  $0^-$ ,  $1^+$ ,  $1^-$ ,  $-\infty$ ,  $+\infty$  de la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}}$$

- a) Donner un tableau des résultats, en indiquant brièvement les calculs intermédiaires.
- b) Réduire les fractions successives en une fraction unique, et justifier les résultats obtenus en a)

II- [4 pts] Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$ .

- 1°) Indiquer l'ensemble de définition de  $f$ .
- 2°) Calculer les limites de  $f$  en  $-1^+$ ,  $-1^-$ ,  $1^+$ ,  $1^-$ ,  $-\infty$ ,  $+\infty$ .
- 3°) Démontrer que la courbe  $(C_f)$  admet pour asymptote la droite d'équation  $y = 2x$  en  $+\infty$ .
- 4°) Déterminer l'asymptote de  $(C_f)$  en  $-\infty$ , et déterminer la position de  $f$  par rapport à celle-ci.
- 5°) Placer les asymptotes et les branches infinies de  $(C_f)$  dans un repère orthonormé (unité 1 cm ou 1 carreau) et indiquer les limites de  $f$  en  $-1^-$  et  $1^+$ .

III- [5 pts] Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{-x^2 + x + 5}{x + 2}$  et  $(C_f)$  la courbe représentative.

- 1°) Indiquer l'ensemble de définition  $D_f$  sous forme d'intervalles.
- 2°) Mettre  $f(x)$  sous la forme  $\mathbf{a x + b + \frac{c}{x + 2}}$ , (déterminer  $a, b, c$ ).
- 3°) Calculer les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$ .
- 4°) a) Montrer que  $(C_f)$  admet pour asymptote oblique la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = -x + 3$   
b) Étudier la position de  $(C_f)$  par rapport à  $(\Delta)$ .
- 5°) Placer les asymptotes et les branches infinies de la courbe  $(C_f)$  dans un repère orthonormé (unité 1 cm ou 1 carreau, utiliser une page entière.)
- 6°) Démontrer que  $(C_f)$  admet pour centre de symétrie le point I d'intersection des deux asymptotes.

IV- [5 pts] Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{2(x-1)^2}$  et  $(C_f)$  la courbe représentative.

- 1°) Indiquer l'ensemble de définition  $D_f$  sous forme d'intervalles.
- 2°) Mettre  $f(x)$  sous la forme  $\mathbf{a x + b + \frac{c x + d}{2(x-1)^2}}$ , (déterminer  $a, b, c, d$ ).
- 3°) Calculer les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$ .
- 4°) a) En déduire que  $(C_f)$  admet pour asymptote oblique la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = \frac{1}{2}x + 2$   
b) Montrer que  $(C_f)$  coupe  $(\Delta)$  en un point I dont on donnera les coordonnées.  
c) Étudier la position de  $(C_f)$  par rapport à  $(\Delta)$ .
- 5°) Déterminer les intersections de  $(C_f)$  avec les axes de coordonnées.
- 6°) Placer les asymptotes et les branches infinies de  $(C_f)$  dans un repère orthonormé (unité 1 cm ou 1 carreaux).
- 7°) La courbe  $(C_f)$  admet-elle un axe de symétrie ou un centre de symétrie ? Justifier la réponse.

Question subsidiaire : « *jusqu'ou peut-on aller trop loin ?* »

Ce document à été crée avec Win2pdf disponible à <http://www.win2pdf.com/fr>  
La version non enregistrée de Win2pdf est uniquement pour évaluation ou à usage non commercial.