

Dans un pays imaginaire noté I, il y a une capitale P et un ensemble de villages V.

Au 1<sup>er</sup> janvier 2006, P et V comptaient respectivement 200 000 et 300 000 habitants.

Chaque année, la population de P augmente de 10%, alors que celle de V diminue de 20 000 habitants.

1. a. Au 1<sup>er</sup> janvier 2006, quel pourcentage représente la population de P par rapport à celle de I ?  
b. Calculer la population de P, celle de V puis celle de I au 1<sup>er</sup> janvier 2007, quel pourcentage représente alors la population de P par rapport à celle de I ?
2. Soit n un entier naturel. On note  $p_n$  la population de P au 1<sup>er</sup> janvier (2006 + n) ainsi  $p_0 = 200\ 000$ .  
a. Exprimer  $p_{n+1}$  en fonction de  $p_n$  et en déduire la nature de la suite ( $p_n$ ).  
b. Exprimer  $p_n$  en fonction de n. Calculer  $p_5$ . Que représente cette valeur ?
3. Soit n un entier naturel. On note  $v_n$  la population de V au 1<sup>er</sup> janvier (2006 + n), ainsi  $v_0 = 300\ 000$ .  
a. Exprimer  $v_{n+1}$  en fonction de  $v_n$  et en déduire la nature de la suite ( $v_n$ ).  
b. Exprimer  $v_n$  en fonction de n. Calculer  $v_5$ . Que représente cette valeur ?
4. Un tableur donne dans la colonne A les années de 2006 à 2011, dans la colonne B la population de la capitale P, dans la colonne C la population de l'ensemble des villages V et dans la colonne D la population totale du pays I au 1<sup>er</sup> janvier de l'année correspondante.

|   | A     | B   | C   | D   |
|---|-------|---|---|---|
| 1 | Année | Population de P<br>au 1 <sup>er</sup> Janvier | Population de V<br>au 1 <sup>er</sup> Janvier | Population de I<br>au 1 <sup>er</sup> Janvier |
| 2 | 2006  | 200 000                                       | 300 000                                       |   |
| 3 |       |   |   |   |
| 4 |       |   |   |   |
| 5 |       |   |   |   |
| 6 |       |   |   |   |
| 7 |       |   |   |   |

- a. Indiquer les formules qu'il faudrait écrire dans les cellules D2, A3, B3 et C3 afin d'obtenir automatiquement, en recopiant vers le bas, les années dans la colonne A et les populations dans les colonnes B, C et D.
  - b. Compléter le tableau.
5. a. Représenter graphiquement l'évolution de la population de P et celle de V en plaçant les points de coordonnées  $(n ; p_n)$  et  $(n ; v_n)$  lorsque l'entier n varie de 0 à 5. On prendra comme unités graphiques : 2 c. pour une année sur l'axe des abscisses et 1 c pour 10 000 habitants sur l'axe des ordonnées qui sera gradué à partir de 200 000 habitants.  
b. Donner l'année x au cours de laquelle la population de P dépasse celle de V.  
c. En supposant linéaire l'évolution des populations de P et de V au cours de l'année x déterminer graphiquement le trimestre au cours duquel la population de P dépasse celle de V, en faisant apparaître tous les tracés utiles.

Dans un pays imaginaire noté I, il y a une capitale P et un ensemble de villages V.

Au 1<sup>er</sup> janvier 2006, P et V comptaient respectivement 300 000 et 400 000 habitants.

Chaque année, la population de P augmente de 15%, alors que celle de V diminue de 30 000 habitants.

1. a. Au 1<sup>er</sup> janvier 2006, quel pourcentage représente la population de P par rapport à celle de I ?  
b. Calculer la population de P, celle de V puis celle de I au 1<sup>er</sup> janvier 2007, quel pourcentage représente alors la population de P par rapport à celle de I ?
2. Soit  $n$  un entier naturel. On note  $p_n$  la population de P au 1<sup>er</sup> janvier (2006 +  $n$ ) ainsi  $p_0 = 300\,000$ .  
a. Exprimer  $p_{n+1}$  en fonction de  $p_n$  et en déduire la nature de la suite ( $p_n$ ).  
b. Exprimer  $p_n$  en fonction de  $n$ . Calculer  $p_5$ . Que représente cette valeur ?
3. Soit  $n$  un entier naturel. On note  $v_n$  la population de V au 1<sup>er</sup> janvier (2006 +  $n$ ), ainsi  $v_0 = 400\,000$ .  
a. Exprimer  $v_{n+1}$  en fonction de  $v_n$  et en déduire la nature de la suite ( $v_n$ ).  
b. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ . Calculer  $v_5$ . Que représente cette valeur ?
4. Un tableur donne dans la colonne A les années de 2006 à 2011, dans la colonne B la population de la capitale P, dans la colonne C la population de l'ensemble des villages V et dans la colonne D la population totale du pays I au 1<sup>er</sup> janvier de l'année correspondante.

|   | A     | B  | C  | D  |
|---|-------|--|--|--|
| 1 | Année | Population de P au 1 <sup>er</sup> Janvier | Population de V au 1 <sup>er</sup> Janvier | Population de I au 1 <sup>er</sup> Janvier |
| 2 | 2006  | 300 000                                    | 400 000                                    |  |
| 3 |       |  |  |  |
| 4 |       |  |  |  |
| 5 |       |  |  |  |
| 6 |       |  |  |  |
| 7 |       |  |  |  |

- a. Indiquer les formules qu'il faudrait écrire dans les cellules D2, A3, B3 et C3 afin d'obtenir automatiquement, en recopiant vers le bas, les années dans la colonne A et les populations dans les colonnes B, C et D.
  - b. Compléter le tableau.
5. a. Représenter graphiquement l'évolution de la population de P et celle de V en plaçant les points de coordonnées  $(n ; p_n)$  et  $(n ; v_n)$  lorsque l'entier  $n$  varie de 0 à 5. On prendra comme unités graphiques : 2 c. pour une année sur l'axe des abscisses et 1 c pour 10 000 habitants sur l'axe des ordonnées qui sera gradué à partir de 300 000 habitants.  
b. Donner l'année  $x$  au cours de laquelle la population de P dépasse celle de V.  
c. En supposant linéaire l'évolution des populations de P et de V au cours de l'année  $x$  déterminer graphiquement le trimestre au cours duquel la population de P dépasse celle de V, en faisant apparaître tous les tracés utiles.