

Plans et droites dans l'espace

Dans les deux problèmes suivants on considère un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace dont on représentera le vecteur \vec{k} verticalement « vers le haut », le vecteur \vec{j} « horizontalement vers la droite » et le vecteur \vec{i} « en avant » du plan $(O; \vec{j}, \vec{k})$ en prenant 1 carreau pour unité dans ce plan. Enfin, pour la perspective on dessinera le repère en prenant environ 120° pour l'angle $(\vec{O}\vec{i}; \vec{O}\vec{j})$.

I – [12 pts] on donne les points suivants : $A(8;0;0)$; $B(0;6;0)$; $C(0;0;5)$; $I(4;3;0)$; $D(4;3;5)$

1. Construire le triangle ABC, la droite (CI), et le point D dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
2. Écrire une équation cartésienne du plan ABC.
3. Écrire une équation cartésienne de la droite (OI) dans le plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$
4. En déduire une équation cartésienne du plan (OCI).
5. Donner un système d'équations cartésiennes de la droite (CI).
6. Déterminer les coordonnées de G, centre de gravité du triangle ABC
7. Montrer que le point D appartient au plan (OCI).
8. Montrer que le quadrilatère (OCID) est un carré.
9. Montrer que le vecteur \vec{OD} est orthogonal au vecteur \vec{CI} .
10. Calculer les coordonnées du milieu J de [OD] et examiner si les vecteurs \vec{OD} et \vec{BJ} sont orthogonaux. Justifier la réponse.
11. La droite (OJ) est-elle perpendiculaire au plan ABC ? Justifier la réponse.
12. La droite (BJ) est-elle perpendiculaire au plan OCI ? Justifier la réponse.

II – [8 pts] on donne les points suivants : $A(5;-2;0)$; $B(0;3;5)$; $C(0;-4;6)$; $D(4;6;0)$

1. Placer les segments [AB] et [CD] dans un nouveau repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ comme le précédent, puis tracer le quadrilatère (ABDC) et les segments [OA], [OB], [OC], [OD].
2. Écrire le système des équations paramétriques de la droite (CD).
3. En déduire un système de deux équations cartésiennes de la droite (CD).
4. Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{CD} , \vec{CA} , \vec{CB} et montrer que les quatre points A, B, C, D sont coplanaires.
5. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.
6. Soit (P) le plan d'équation cartésienne $2x + 5y - 3z = 0$. Démontrer que (CD) est perpendiculaire à (P) en un point I dont on calculera les coordonnées.
7. Montrer que les plans (OAB) et (OCD) se coupent suivant la droite (OI).
8. En déduire un système d'équations cartésiennes de la droite (OI).

Plans et droites dans l'espace

Dans les deux problèmes suivants on considère un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace dont on représentera le vecteur \vec{k} verticalement « vers le haut », le vecteur \vec{j} « horizontalement vers la droite » et le vecteur \vec{i} « en avant » du plan $(O; \vec{j}, \vec{k})$ en prenant 1 carreau pour unité dans ce plan. Enfin, pour la perspective on dessinera le repère en prenant environ 120° pour l'angle $(\vec{O}\vec{i}; \vec{O}\vec{j})$.

I – [12 pts] on donne les points suivants : $A(0;0;5)$; $B(0;6;0)$; $C(8;0;0)$; $I(4;3;0)$; $D(4;3;5)$

1. Construire le triangle ABC , la droite (AI) , et le point D dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
2. Écrire une équation cartésienne du plan ABC .
3. Écrire une équation cartésienne de la droite (OI) dans le plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
4. En déduire une équation cartésienne du plan (OAI) .
5. Donner un système d'équations cartésiennes de la droite (AI) .
6. Déterminer les coordonnées de G , centre de gravité du triangle ABC .
7. Montrer que le point D appartient au plan (OAI) .
8. Montrer que le quadrilatère $(OAID)$ est un carré.
9. Montrer que le vecteur \vec{OD} est orthogonal au vecteur \vec{AI} .
10. Calculer les coordonnées du milieu J de $[OD]$ et examiner si les vecteurs \vec{OD} et \vec{BJ} sont orthogonaux. Justifier la réponse.
11. La droite (OJ) est-elle perpendiculaire au plan ABC ? Justifier la réponse.
12. La droite (BJ) est-elle perpendiculaire au plan OAI ? Justifier la réponse.

II – [8 pts] on donne les points suivants : $A(0;-4;6)$; $B(4;6;0)$; $C(5;-2;0)$; $D(0;3;5)$

1. Placer les segments $[AB]$ et $[CD]$ dans un nouveau repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ comme le précédent, puis tracer le quadrilatère $(ABDC)$ et les segments $[OA]$, $[OB]$, $[OC]$, $[OD]$.
2. Écrire le système des équations paramétriques de la droite (AB) .
3. En déduire un système de deux équations cartésiennes de la droite (AB) .
4. Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{AD} et montrer que les quatre points A, B, C, D sont coplanaires.
5. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.
6. Soit (P) le plan d'équation cartésienne $2x + 5y - 3z = 0$. Démontrer que (AB) est perpendiculaire à (P) en un point I dont on calculera les coordonnées.
7. Montrer que les plans (OAB) et (OCD) se coupent suivant la droite (OI) .
8. En déduire un système d'équations cartésiennes de la droite (OI) .