Géométrie vectorielle dans l'espace

I – [8 pts] Dans un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ de l'espace on considère les points suivants :

A (4 ; 0 ; 0) ; B (0 ; 3 ; 0) ; C (0 ; 0 ; 2) ; D (2 ; 3 ; -1) ; E (-4 ; 3 ; 4)

1. *Construire sur une page entière les trois points A, B, C dans le repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, et tracer le triangle ABC, puis construire les points D et E.*
2. *Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}$.*
3. *Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.*
4. *Démontrer que les 3 vecteurs $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires.*
5. *Déterminer si le point E appartient – ou non - au plan (ABC).*

II - [4 pts] Soit M (x ; y ; z) un point de l'espace. On se propose de démontrer que M appartient au plan (ABC) si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$ (P).

1. *Montrer par une figure plane que M appartient au plan (ABC), si et seulement si, il existe deux nombres u et v tels que : $\overrightarrow{AM}=u.\overrightarrow{AB}+v.\overrightarrow{AC}$*
2. *Écrire le système des coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AM}$ en fonction de u et v.*
3. *En déduire l'équation (P).*
4. *Vérifier à l'aide de l'équation (P) si les points D et E appartiennent ou non à (ABC).*

III - [3 pts] On considère le point G défini par la relation $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{O}$ (G est le centre de gravité du triangle ABC).

1. *Montrer que $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$*
2. *En déduire les coordonnées de G.*
3. *Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AG}$ sont coplanaires.*

IV - [2 pts] Soit H le point de coordonnées (3 ; 4 ; 6).

1. *Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{OH}$ est orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$*
2. *En déduire que la droite (OH) est perpendiculaire au plan (ABC).*

V - [3 pts] Soit K le point de coordonnées $\left(\frac{36}{61};\frac{48}{61};\frac{72}{61}\right)$.

1. *Démontrer que le point K appartient à la droite (OH)*
2. *Démontrer que K appartient au plan (ABC).*
3. *En déduire la distance du point O au plan (ABC).*

Géométrie vectorielle dans l'espace

I – [8 pts] Dans un repère orthonormal $\left(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ de l'espace on considère les points suivants :

A (3 ; 0 ; 0) ; B (0 ; 4 ; 0) ; C (0 ; 0 ; 2) ; D (3 ; 2 ; -1) ; E (3 ; -4 ; -2)

1. *Construire sur une page entière les trois points A, B, C dans le repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, et tracer le triangle ABC, puis construire les points D et E.*
2. *Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}$.*
3. *Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.*
4. *Démontrer que les 3 vecteurs $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires.*
5. *Déterminer si le point E appartient – ou non - au plan (ABC).*

II - [4 pts] Soit M (x ; y ; z) un point de l'espace. On se propose de démontrer que M appartient au plan (ABC) si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{2}=1$ (P).

1. *Montrer par une figure plane que M appartient au plan (ABC), si et seulement si, il existe deux nombres u et v tels que : $\overrightarrow{AM}=u.\overrightarrow{AB}+v.\overrightarrow{AC}$*
2. *Écrire le système des coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AM}$ en fonction de u et v.*
3. *En déduire l'équation (P).*
4. *Vérifier à l'aide de l'équation (P) si les points D et E appartiennent ou non à (ABC).*

III - [3 pts] On considère le point G défini par la relation $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{O}$ (G est le centre de gravité du triangle ABC).

1. *Montrer que $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$*
2. *En déduire les coordonnées de G.*
3. *Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AG}$ sont coplanaires.*

IV - [2 pts] Soit H le point de coordonnées (4 ; 3 ; 6).

1. *Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{OH}$ est orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$*
2. *En déduire que la droite (OH) est perpendiculaire au plan (ABC).*

V - [3 pts] Soit K le point de coordonnées $\left(\frac{48}{61};\frac{36}{61};\frac{72}{61}\right)$.

1. *Démontrer que le point K appartient à la droite (OH)*
2. *Démontrer que K appartient au plan (ABC).*
3. *En déduire la distance du point O au plan (ABC).*